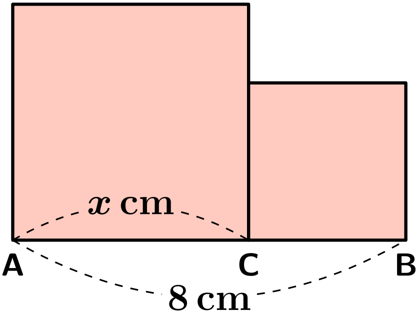
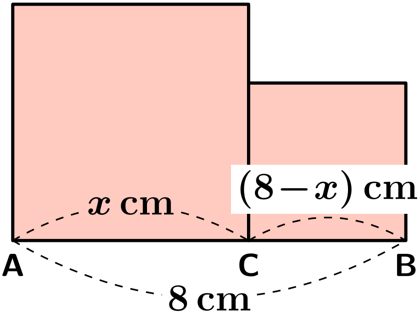
2 次関数の応用問題　#37 その 6　Ver 2

長さ $8\,\mathrm{cm}$ の線分 AB 上に点 C をとり、AC, CB を 1 辺とする 2 つの正方形を作ります。AC の長さを $x\,\mathrm{cm}$ として、この 2 つの正方形の面積の和 $y\,\mathrm{cm}^2$ の最小値を求めなさい。



CB $=(8-x)$ cm になる。
また 長さ >0 なので

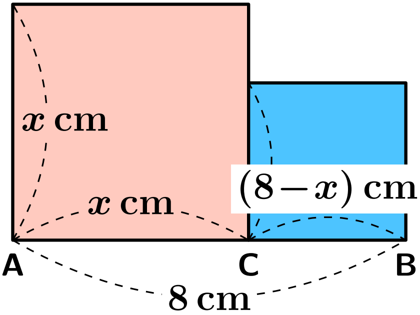
$$x>0\ ,\qquad 8-x>0$$
$$x>0\ ,\qquad -x>-8$$
$$x>0\ ,\qquad x<8$$



2 つの範囲を合わせて $0<x<8$
となる。

面積の和 y は

$$x^2 + (8-x)^2$$



2 次関数の応用問題

$y = x^2 + (8-x)^2 \quad (0 < x < 8)$ の最小値は

$$
\begin{aligned}
y &= x^2+(8-x)^2 \quad (0<x<8) \text{ の最小値は} \\
&= x^2+64-16x+x^2
\end{aligned}
$$

2 次関数の応用問題

$$
\begin{aligned}
y &= x^2+(8-x)^2 \quad (0<x<8) \text{ の最小値は} \\
&= x^2+64-16x+x^2 \\
&= 2x^2-16x+64
\end{aligned}
$$

2 次関数の応用問題

$$
\begin{aligned}
y &= x^2+(8-x)^2 \quad (0<x<8) \text{ の最小値は} \\
&= x^2+64-16x+x^2 \\
&= 2x^2-16x+64 \\
&= 2(x-4)^2+32
\end{aligned}
$$

$y = 2x^2 - 16x + 64$ の頂点を求める

$y=2x^2-16x+64$ の頂点を求める

まず頂点の x 座標を計算する

$y = 2x^2 - 16x + 64$ の頂点を求める

$$\frac{-16}{2} = -8$$

$y = 2x^2 - 16x + 64$ の頂点を求める

$$\frac{-16}{2} = -8$$

＋－逆

$$8$$

$y=2x^2-16x+64$ の頂点を求める

$$\frac{-16}{2}=-8$$

＋ー逆

8

$\div 2$

4

$y=2x^2-16x+64$ の頂点を求める

$$\frac{-16}{2}=-8$$

＋−逆

$$8$$

$\div 2$

$$4$$

頂点 $(4,\quad)$

$y=2x^2-16x+64$　の頂点を求める

次に頂点の y 座標を計算したいので、式に代入する

頂点 $(4,\quad)$

$y=2x^2-16x+64$　の頂点を求める

$$y=2\times 4^2-16\times 4+64$$

頂点 $(4,\quad)$

$y = 2x^2 - 16x + 64$　の頂点を求める

$$y = 2\times 4^2 - 16\times 4 + 64$$
$$= \ 32 \ - \ 64 \ + 64$$
$$= \ 32$$

頂点 $(4, 32)$

$y = 2x^2 - 16x + 64$　の頂点を求める

$y = 2(x \qquad)^2$　← 平方完成はこうなる

逆

そのまま

頂点 $(4, 32)$

$y=2x^2-16x+64$　の頂点を求める

$$y=2(x-4)^2+32$$

← 平方完成はこうなる

逆

そのまま

頂点 $(4,32)$

$y=2(x-4)^2+32 \ (0<x<8)$ の最小値？

$x=0$ のとき

$$
\begin{aligned}
y &= 2(x-4)^2+32 \\
&= 2(0-4)^2+32 \\
&= 2(-4)^2+32 \\
&= 2\times 16+32 \\
&= 32+32 \\
&= 64
\end{aligned}
$$

一旦停止

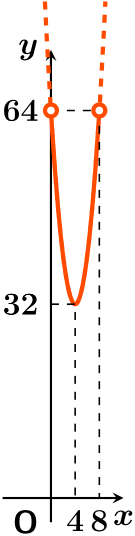
$y=2(x-4)^2+32\ (0<x<8)$ の最小値？

$x=8$ のとき

$$
\begin{aligned}
y &= 2(x-4)^2+32 \\
&= 2(8-4)^2+32 \\
&= 2\times 4^2+32 \\
&= 2\times 16+32 \\
&= 32+32 \\
&= 64
\end{aligned}
$$

一旦停止

$y=2(x-4)^2+32\ (0<x<8)$ の最小値？



グラフは左のようになるので

$\boxed{答}$　$x=4$ のとき

最小値　$32\ \mathrm{cm}^2$