

$x = \frac{2}{\sqrt{3}+1}, y = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$ のとき次の値？ #7 その 5

(1) $x + y$

(2) xy

(3) $x^2 + y^2$

$x = \frac{2}{\sqrt{3+1}}, y = \frac{2}{\sqrt{3-1}}$ のとき次の値? #7 その5

(1) $x + y$

(2) xy

(3) $x^2 + y^2$

(3)は(1)と(2)を使って計算できます。

まず事前準備として x と y を有理化します。

$x = \frac{2}{\sqrt{3}+1}$, $y = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$ のとき次の値？

$$x = \frac{2}{\sqrt{3}+1}$$

$x = \frac{2}{\sqrt{3}+1}$, $y = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$ のとき次の値？

$$\begin{aligned}x &= \frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} \\&= \frac{2(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}^2 - 1^2} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{3-1} \\&= \frac{\cancel{2}(\sqrt{3}-1)}{\cancel{2}} = \sqrt{3}-1 \quad \text{一目停止}\end{aligned}$$

$x = \frac{2}{\sqrt{3}+1}$, $y = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$ のとき次の値？

$$y = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$$

$x = \frac{2}{\sqrt{3}+1}$, $y = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$ のとき次の値？

$$y = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$$

$$= \frac{2(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}^2 - 1^2} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{3-1}$$

$$= \frac{\cancel{2}(\sqrt{3}+1)}{\cancel{2}} = \sqrt{3}+1$$



$x = \sqrt{3} - 1$, $y = \sqrt{3} + 1$ が分かった

$$\begin{aligned} (1) \quad x + y &= (\sqrt{3} - 1) + (\sqrt{3} + 1) \\ &= 2\sqrt{3} \quad \boxed{\text{答}} \end{aligned}$$

$x = \sqrt{3} - 1$, $y = \sqrt{3} + 1$ が分かった

$$\begin{aligned} (2) \quad xy &= (\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1) \\ &= \sqrt{3}^2 - 1^2 \\ &= 3 - 1 \\ &= 2 \quad \boxed{\text{答}} \end{aligned}$$

$x + y = 2\sqrt{3}$, $xy = 2$ を使って(3)を計算する

$$(3) \quad x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$$

$x + y = 2\sqrt{3}$, $xy = 2$ を使って(3)を計算する

$$\begin{aligned} \text{(3)} \quad x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\ &= x^2 + 2xy + y^2 - 2xy \end{aligned}$$

$x + y = 2\sqrt{3}$, $xy = 2$ を使って(3)を計算する

$$\begin{aligned} \text{(3)} \quad x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\ &= (2\sqrt{3})^2 - 2 \times 2 \end{aligned}$$

$x + y = 2\sqrt{3}$, $xy = 2$ を使って(3)を計算する

$$\begin{aligned} \text{(3)} \quad x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\ &= (2\sqrt{3})^2 - 2 \times 2 \\ &= 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} - 4 \end{aligned}$$

$x + y = 2\sqrt{3}$, $xy = 2$ を使って(3)を計算する

$$\begin{aligned} (3) \quad x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\ &= (2\sqrt{3})^2 - 2 \times 2 \\ &= 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} - 4 \\ &= 12 - 4 \\ &= 8 \quad \boxed{\text{答}} \end{aligned}$$

$x = \sqrt{3} - 1, \quad y = \sqrt{3} + 1$ が分かった

そのまま計算することもできます。

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 \\ = & (\sqrt{3} - 1)^2 + (\sqrt{3} + 1)^2 \\ = & \sqrt{3}^2 - 2 \times \sqrt{3} \times 1 + 1^2 + \sqrt{3}^2 + 2 \times \sqrt{3} \times 1 + 1^2 \\ = & 4 - 2\sqrt{3} + 4 + 2\sqrt{3} \\ = & 8 \quad \boxed{\text{答}} \end{aligned}$$