

# 絶対値と不等式

$$|x| < \star$$

と

$$-\star < x < \star$$

は同じです

(ただし $\star$ は定数、つまり $\star$ は数字)

# よくある間違いは

$$|x - 7| < 2x \quad \text{を}$$

$$-2x < x - 7 < 2x$$

と勘違いする人がいるが、

# よくある間違いは

$$|x - 7| < 2x \quad \text{を}$$

$$-2x < x - 7 < 2x$$

と勘違いする人がいるが、 $2x$  は定数ではないので間違いです。

# $|x - 7| < 2x$ を解きなさい

正しい解き方は次のようになります。

$x - 7$  の正負の境目は  $x - 7 = 0$  を解いて  $x = 7$  だから

$$(i) x < 7 \quad (ii) x \geq 7$$

の 2 つの範囲に分けて調べます。

$$(i) \ x < 7 \text{ のとき} \quad |x - 7| < 2x$$

このとき  $x - 7 < 0$  なので絶対値を外すときはマイナスを付けて  $|x - 7| = -(x - 7) = -x + 7$  とするので

$$|x - 7| < 2x$$

$$-x + 7 < 2x$$

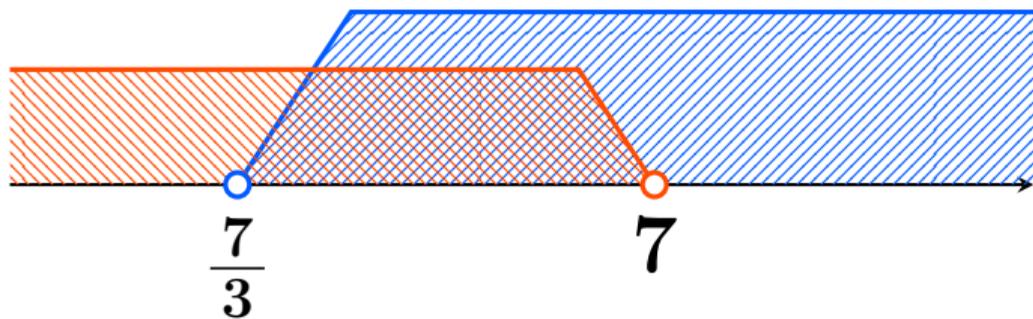
$$-3x < -7$$

$$x > \frac{7}{3}$$



$$(i) x < 7 \text{ のとき} \quad |x - 7| < 2x$$

$x > \frac{7}{3}$  と (i)  $x < 7$  の共通部分を取って



$$\frac{7}{3} < x < 7$$



$$(ii) \ x \geq 7 \text{ のとき} \quad |x - 7| < 2x$$

(ii)  $x \geq 7$  のときは  $x - 7 \geq 0$  なのでそのまま絶対値を外して  $|x - 7| = x - 7$  とするので

$$|x - 7| < 2x$$

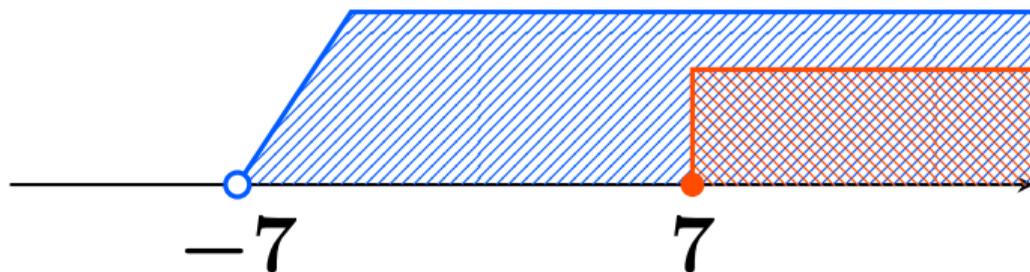
$$x - 7 < 2x$$

$$-x < 7$$

$$x > -7 \quad \text{一旦停止}$$

$$(ii) \ x \geq 7 \text{ のとき} \quad |x - 7| < 2x$$

$x > -7$  と (ii)  $x \geq 7$  の共通部分を取って



$$x \geq 7$$



# すべてをまとめて

$\frac{7}{3} < x < 7$  と  $x \geq 7$  を合体させて

$$x > \frac{7}{3} \quad \boxed{\text{答}}$$

または  $\frac{7}{3} < x \quad \boxed{\text{答}}$