

絶対値と不等式

$$|x| < \star$$

と

$$-\star < x < \star$$

は同じです

(ただし★は定数、つまり★は数字)

よくある間違いは

$$|x - 7| < 2x \quad \text{を}$$

$$-2x < x - 7 < 2x$$

と勘違いする人がいるが、

よくある間違いは

$$|x - 7| < 2x \quad \text{を}$$

$$-2x < x - 7 < 2x$$

と勘違いする人がいるが、 $2x$ は定数ではないので間違いです。

$|x - 7| < 2x$ を解きなさい

正しい解き方は次のようになります。

$x - 7$ の正負の境目は $x - 7 = 0$ を解いて $x = 7$ だから

$$(i) x < 7 \quad (ii) x \geq 7$$

の 2 つの範囲に分けて調べます。

$$(i) \ x < 7 \text{ のとき} \quad |x - 7| < 2x$$

このとき $x - 7 < 0$ なので絶対値を外すときはマイナスを付けて $|x - 7| = -(x - 7) = -x + 7$ とするので

$$|x - 7| < 2x$$

$$-x + 7 < 2x$$

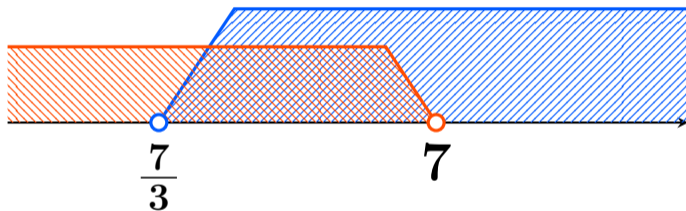
$$-3x < -7$$

$$x > \frac{7}{3}$$



$$(i) x < 7 \text{ のとき} \quad |x - 7| < 2x$$

$x > \frac{7}{3}$ と (i) $x < 7$ の共通部分を取って



$$\frac{7}{3} < x < 7$$



$$(ii) \ x \geq 7 \text{ のとき} \quad |x - 7| < 2x$$

(ii) $x \geq 7$ のときは $x - 7 \geq 0$ なのでそのまま絶対値を外して $|x - 7| = x - 7$ とするので

$$|x - 7| < 2x$$

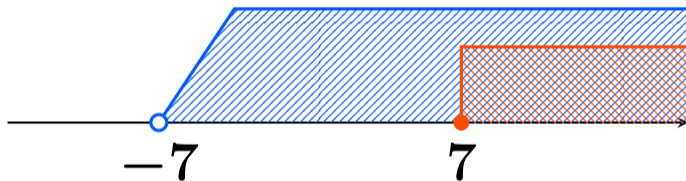
$$x - 7 < 2x$$

$$-x < 7$$

$$x > -7 \quad \text{一旦停止}$$

$$(ii) \ x \geq 7 \text{ のとき} \quad |x - 7| < 2x$$

$x > -7$ と (ii) $x \geq 7$ の共通部分を取って



$$x \geq 7$$



すべてをまとめて

$\frac{7}{3} < x < 7$ と $x \geq 7$ を合体させて

$$x > \frac{7}{3} \quad \boxed{\text{答}}$$

または $\frac{7}{3} < x \quad \boxed{\text{答}}$