

絶対値と方程式

$$|x| = \star$$

と

$$x = \pm \star$$

は同じです。

(ただし \star は定数、つまり \star は数字)

例題 1

$$|x + 3| = 4$$

$$x + 3 = \pm 4$$

$$x = \pm 4 - 3$$

$$x = +4 - 3, \quad -4 - 3$$

$$x = 1, \quad -7 \quad \boxed{\text{答}}$$

$|x - 2| = 3x + 6$ を解きなさい

$3x + 6$ は定数ではないので

$$x - 2 = \pm (3x + 6)$$

としてはダメ。

$|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$ を使うために場合分けする。

$|x - 2| = 3x + 6$ を解きなさい

(i) $x - 2 \geq 0$ のとき

簡潔にかくと $x \geq 2$ のとき ということになって、このときは

$$|x - 2| \Rightarrow x - 2$$

だから

$$x - 2 = 3x + 6$$

を解けばよい。

$|x - 2| = 3x + 6$ を解きなさい

$$x - 2 = 3x + 6$$

$$x - 3x = 6 + 2$$

$$-2x = 8$$

$$x = -4$$

となるが $x \geq 2$ のときの話をしているので
 $x = -4$ は不適だ。

$|x - 2| = 3x + 6$ を解きなさい

(ii) $x - 2 < 0$ のとき

簡潔にかくと $x < 2$ のとき ということに
なって、このときは

$$|x - 2| \Rightarrow -(x - 2) \Rightarrow -x + 2$$

だから

$$-x + 2 = 3x + 6$$

を解けばよい。

$|x - 2| = 3x + 6$ を解きなさい

$$-x + 2 = 3x + 6$$

$$-x - 3x = 6 - 2$$

$$-4x = 4$$

$$x = -1$$

となって $x < 2$ のときの話をしているので
 $x = -1$ は適している。

(i)(ii)をまとめて 答 $x = -1$