定積分　　6 分の 1 公式

$$\int_{●}^{▲}(x-●)(x-▲)\,dx=-\frac{1}{6}(▲-●)^3$$

6 分の 1 公式　例題 1

$$\int_{-1}^{3}(x+1)(x-3)\,dx = \int_{-1}^{3}\Big(x-(-1)\Big)(x-3)\,dx$$

$$= -\frac{1}{6}\Big(3-(-1)\Big)^{3}$$

$$= -\frac{1}{6}\cdot 4^{3}$$

$$= -\frac{32}{3}$$ 答

6 分の 1 公式　例題 2

$$\int_{-3}^{2}(x^2+x-6)\,dx = \int_{-3}^{2}(x+3)(x-2)\,dx$$

$$= \int_{-3}^{2}\Big(x-(-3)\Big)(x-2)\,dx$$

$$= -\frac{1}{6}\Big(2-(-3)\Big)^3$$

$$= -\frac{1}{6}\cdot 5^3 \quad = -\frac{125}{6}$$ 答

6 分の 1 公式　例題 3

$$\int_{-1}^{\frac{1}{2}} (2x^2+x-1)\,dx$$ を求めなさい。

$$2x^2+x-1 = 0$$ とおくと

$$(2x-1)(x+1) = 0$$

$$x = \frac{1}{2}, -1$$ なので

6 分の 1 公式　例題 3

$$\int_{-1}^{\frac{1}{2}} (2x^2+x-1)\,dx$$

$$= \int_{-1}^{\frac{1}{2}} 2\,(x+1)\left(x-\frac{1}{2}\right)dx$$

$$= 2\int_{-1}^{\frac{1}{2}} \Big(x-(-1)\Big)\left(x-\frac{1}{2}\right)dx$$

6 分の 1 公式　例題 3

$$= 2\int_{-1}^{\frac{1}{2}} \left(x-(-1)\right)\left(x-\frac{1}{2}\right) dx$$

$$= 2\cdot -\frac{1}{6}\left(\frac{1}{2}-(-1)\right)^3$$

$$= -\frac{1}{3}\left(\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{9}{8}$$ 答

6 分の 1 公式　例題 4

$$\int_{2-\sqrt{3}}^{2+\sqrt{3}} (x^2-4x+1)\,dx$$　を求めなさい。

$x^2-4x+1=0$　とおいて、解の公式で解く。

$$x = \frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\cdot1\cdot1}}{2\cdot1}$$

$$= \frac{4\pm\sqrt{12}}{2} = \frac{4\pm2\sqrt{3}}{2} = 2\pm\sqrt{3}$$

一旦停止

6 分の 1 公式　例題 4

だから $\displaystyle\int_{2-\sqrt{3}}^{2+\sqrt{3}} (x^2-4x+1)\,dx$

$$= \int_{2-\sqrt{3}}^{2+\sqrt{3}} \Big(x-(2-\sqrt{3})\Big)\Big(x-(2+\sqrt{3})\Big)\,dx$$

$$= -\frac{1}{6}\Big((2+\sqrt{3})-(2-\sqrt{3})\Big)^3$$

6 分の 1 公式　例題 4

$$= -\frac{1}{6}\left((2+\sqrt{3})-(2-\sqrt{3})\right)^3$$

$$= -\frac{1}{6}\left(2\sqrt{3}\right)^3$$

$$= -\frac{1}{6}\cdot 2^3\cdot\left(\sqrt{3}\right)^3$$

$$= -\frac{1}{6}\cdot 8\cdot 3\sqrt{3} \quad = -4\sqrt{3}$$ 答