

$2x^2 + 5x + 1 = 0$ の解が α, β のとき $\alpha^2 + \beta^2$?

$2x^2 + 5x + 1 = 0$ の解が α, β のとき $\alpha^2 + \beta^2$?

解の公式を使うと $x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{4}$ と計算できるので、 $\left(\frac{-5 + \sqrt{17}}{4}\right)^2 + \left(\frac{-5 - \sqrt{17}}{4}\right)^2$ を計算すれば答え

は出るが、計算がかなり面倒だ。

もっとよい方法はないものだろうか？

$2x^2 + 5x + 1 = 0$ の解が α, β のとき $\alpha^2 + \beta^2$?

次の等式を利用する。

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$$

$2x^2 + 5x + 1 = 0$ の解が α, β のとき $\alpha^2 + \beta^2$?

次の等式を利用する。

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= \alpha^2 + \cancel{2\alpha\beta} + \beta^2 - \cancel{2\alpha\beta}\end{aligned}$$

公式（解と係数の関係）

あ $x^2 +$ い $x +$ う $= 0$ の解が α, β のとき

$$\bullet + \blacktriangle = - \frac{\text{い}}{\text{あ}}$$

$$\bullet \times \blacktriangle = \frac{\text{う}}{\text{あ}}$$

$2x^2 + 5x + 1 = 0$ の 2 つの解の和と積は

$2x^2 + 5x + 1 = 0$ の 2 つの解の和と積は

まず下準備する。解と係数の関係を使うと

あ = 2, い = 5, う = 1 なので

$2x^2 + 5x + 1 = 0$ の 2 つの解の和と積は

まず下準備する。解と係数の関係を使うと

あ = 2, い = 5, う = 1 なので

$$\alpha + \beta = -\frac{\text{い}}{\text{あ}} = -\frac{5}{2} \quad \text{一旦停止}$$

$2x^2 + 5x + 1 = 0$ の 2 つの解の和と積は

まず下準備する。解と係数の関係を使うと

あ = 2, い = 5, う = 1 なので

$$\alpha + \beta = -\frac{\text{い}}{\text{あ}} = -\frac{5}{2} \quad \text{一旦停止}$$

$$\alpha\beta = \frac{\text{う}}{\text{あ}} = \frac{1}{2} \quad \text{一旦停止}$$

$2x^2 + 5x + 1 = 0$ の解が α, β のとき $\alpha^2 + \beta^2$?

元に戻って

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \quad \text{に}$$

$$\alpha + \beta = -\frac{5}{2} \quad \alpha\beta = \frac{1}{2} \quad \text{を代入して}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{2}$$

$2x^2 + 5x + 1 = 0$ の解が α, β のとき $\alpha^2 + \beta^2$?

$$\alpha^2 + \beta^2 = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{2}$$

$2x^2 + 5x + 1 = 0$ の解が α, β のとき $\alpha^2 + \beta^2$?

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{25}{4} - 1\end{aligned}$$

$2x^2 + 5x + 1 = 0$ の解が α, β のとき $\alpha^2 + \beta^2$?

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{25}{4} - 1 \\ &= \frac{25}{4} - \frac{4}{4}\end{aligned}$$

$2x^2 + 5x + 1 = 0$ の解が α, β のとき $\alpha^2 + \beta^2$?

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{25}{4} - 1 \\ &= \frac{25}{4} - \frac{4}{4} = \frac{21}{4} \quad \boxed{\text{答}}\end{aligned}$$