

$2x^2 - 3x - 1 = 0$  の解が  $\alpha, \beta$  のとき  $\alpha^2 + \beta^2$ ? #10 例 3

$2x^2 - 3x - 1 = 0$  の解が  $\alpha, \beta$  のとき  $\alpha^2 + \beta^2$ ? #10 例 3

**解の公式**を使うと  $x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$  と計算できるので、

$\left(\frac{3 + \sqrt{17}}{4}\right)^2 + \left(\frac{3 - \sqrt{17}}{4}\right)^2$  を計算すれば答えは出る

が、計算がかなり面倒だ。

もっと楽な方法はないものだろうか？

$2x^2 - 3x - 1 = 0$  の解が  $\alpha, \beta$  のとき  $\alpha^2 + \beta^2$  ?

次の等式を利用する。

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$$

$2x^2 - 3x - 1 = 0$  の解が  $\alpha, \beta$  のとき  $\alpha^2 + \beta^2$  ?

次の等式を利用する。

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= \alpha^2 + \cancel{2\alpha\beta} + \beta^2 - \cancel{2\alpha\beta}\end{aligned}$$

上記の等式を利用する前に**解と係数の関係**を復習しよう。

## 公式（解と係数の関係）

あ  $x^2$  + い  $x$  + う  $= 0$  の解が  $\alpha, \beta$  のとき

$$\alpha + \beta = -\frac{\text{い}}{\text{あ}}$$

$$\alpha \times \beta = \frac{\text{う}}{\text{あ}}$$

$2x^2 - 3x - 1 = 0$  の 2 つの解の和と積は

$2x^2 - 3x - 1 = 0$  の 2 つの解の和と積は

まず下準備する。解と係数の関係を使うと

あ = 2,    い = -3,    う = -1 なので

$2x^2 - 3x - 1 = 0$  の 2 つの解の和と積は

まず下準備する。解と係数の関係を使うと

**あ** = 2, **い** = -3, **う** = -1 なので

$$\alpha + \beta = -\frac{\text{い}}{\text{あ}} = -\frac{-3}{2} = \frac{3}{2} \quad \text{一旦停止}$$

$2x^2 - 3x - 1 = 0$  の 2 つの解の和と積は

まず下準備する。解と係数の関係を使うと

あ = 2, い = -3, う = -1 なので

$$\alpha + \beta = -\frac{\text{い}}{\text{あ}} = -\frac{-3}{2} = \frac{3}{2} \quad \text{一旦停止}$$

$$\alpha\beta = \frac{\text{う}}{\text{あ}} = \frac{-1}{2} \quad \text{一旦停止}$$

$2x^2 + 5x + 1 = 0$  の解が  $\alpha, \beta$  のとき  $\alpha^2 + \beta^2$  ?

元に戻って

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \quad \text{に}$$

$$\alpha + \beta = \frac{3}{2} \quad \alpha\beta = \frac{-1}{2} \quad \text{を代入して}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{-1}{2}$$

$2x^2 - 3x - 1 = 0$  の解が  $\alpha, \beta$  のとき  $\alpha^2 + \beta^2$  ?

$$\alpha^2 + \beta^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{-1}{2}$$

$2x^2 - 3x - 1 = 0$  の解が  $\alpha, \beta$  のとき  $\alpha^2 + \beta^2$  ?

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{-1}{2} \\ &= \frac{9}{4} + 1\end{aligned}$$

$2x^2 - 3x - 1 = 0$  の解が  $\alpha, \beta$  のとき  $\alpha^2 + \beta^2$  ?

$$\alpha^2 + \beta^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{-1}{2}$$

$$= \frac{9}{4} + 1$$

$$= \frac{9}{4} + \frac{4}{4}$$

$2x^2 - 3x - 1 = 0$  の解が  $\alpha, \beta$  のとき  $\alpha^2 + \beta^2$  ?

$$\alpha^2 + \beta^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \times \frac{-1}{2}$$

$$= \frac{9}{4} + 1$$

$$= \frac{9}{4} + \frac{4}{4} = \frac{13}{4} \quad \boxed{\text{答}}$$