

公式（解と係数の関係）

あ $x^2 +$ い $x +$ う $= 0$ の解が α, β のとき

$$\alpha + \beta = -\frac{\text{い}}{\text{あ}}$$

$$\alpha \times \beta = \frac{\text{う}}{\text{あ}}$$

$x^2 + 2x - 5 = 0$ の解を α, β とする #10 例 2

次の値を求めなさい

(1) $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2$

(2) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$

(3) $\alpha^2 + \beta^2$

まず公式を使って $\alpha + \beta$ と $\alpha\beta$ を求める

$$x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$\alpha + \beta = -\frac{\text{い}}{\text{あ}}$$

$$\alpha\beta = \frac{\text{う}}{\text{あ}}$$

まず公式を使って $\alpha + \beta$ と $\alpha\beta$ を求める

$$1x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$\alpha + \beta = -\frac{\text{い}}{\text{あ}} = -\frac{2}{1} = -2 \quad \text{一旦停止}$$

$$\alpha\beta = \frac{\text{う}}{\text{あ}} = \frac{-5}{1} = -5 \quad \text{一旦停止}$$

$\alpha + \beta = -2$, $\alpha\beta = -5$ が分かった

(1) $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 =$

$\alpha + \beta = -2$, $\alpha\beta = -5$ が分かった

(1) $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \alpha\beta(\alpha + \beta)$ となるので

$\alpha + \beta = -2$, $\alpha\beta = -5$ が分かった

$$\begin{aligned} (1) \quad \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 &= \alpha\beta(\alpha + \beta) \quad \text{となるので} \\ &= -5 \times (-2) \\ &= 10 \quad \boxed{\text{答}} \end{aligned}$$

$\alpha + \beta = -2$, $\alpha\beta = -5$ が分かった

$$(2) \quad \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} =$$

$\alpha + \beta = -2$, $\alpha\beta = -5$ が分かった

(2) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\beta}{\alpha\beta} + \frac{\alpha}{\alpha\beta}$ 通分する

$\alpha + \beta = -2$, $\alpha\beta = -5$ が分かった

$$\begin{aligned} (2) \quad \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} &= \frac{\beta}{\alpha\beta} + \frac{\alpha}{\alpha\beta} && \text{通分する} \\ &= \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} \end{aligned}$$

$\alpha + \beta = -2$, $\alpha\beta = -5$ が分かった

$$\begin{aligned} (2) \quad \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} &= \frac{\beta}{\alpha\beta} + \frac{\alpha}{\alpha\beta} && \text{通分する} \\ &= \frac{\beta + \alpha}{\alpha\beta} \\ &= \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5} \quad \boxed{\text{答}} \end{aligned}$$

$\alpha + \beta = -2$, $\alpha\beta = -5$ が分かった

(3) $\alpha^2 + \beta^2 =$

$\alpha + \beta = -2$, $\alpha\beta = -5$ が分かった

(3) $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$ となるので

$\alpha + \beta = -2$, $\alpha\beta = -5$ が分かった

$$\begin{aligned} (3) \quad \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \quad \text{となるので} \\ &= (-2)^2 - 2 \times (-5) \\ &= 4 + 10 \\ &= 14 \quad \boxed{\text{答}} \end{aligned}$$

これもお知っておこう！

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$(\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + (\alpha + \beta) + 1$$