$\mathrm{A}(4,0), \mathrm{B}(1,0)$ 距離 AP が距離 BP の 2 倍、点 P の軌跡

条件を満たす点 P の座標を (x, y) とおく。

$\mathrm{A}(4,0), \mathrm{B}(1,0)$ 距離 AP が距離 BP の 2 倍、点 P の軌跡

条件を満たす点 P の座標を (x, y) とおく。

$$\mathrm{AP} = 2\,\mathrm{BP}$$

条件を満たす点 P の座標を (x,y) とおく。

$$\mathrm{AP}=2\,\mathrm{BP}$$

距離 AP と 距離 BP を計算しよう。

（公式）平面上の 2 点間の距離

2 点 (●, ▲), (●, ▲) の間の距離は

$$\sqrt{(● - ●)^2 + (▲ - ▲)^2}$$

なので

（公式）平面上の 2 点間の距離

2 点 (●, ▲)，(●, ▲) の間の距離は

$$\sqrt{(● - ●)^2 + (▲ - ▲)^2}$$

なので

2 点 $\mathrm{A}(4, 0)$，$\mathrm{P}(x, y)$ の間の距離は

$$\mathrm{AP} = \sqrt{(x-4)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + y^2}$$

（公式）平面上の 2 点間の距離

2 点 (●, ▲)，(●, ▲) の間の距離は

$$\sqrt{(● - ●)^2 + (▲ - ▲)^2}$$

なので

同様に 2 点 $\mathrm{B}(1, 0)$，$\mathrm{P}(x, y)$ の間の距離は

$$\mathrm{BP} = \sqrt{(x-1)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(x-1)^2 + y^2}$$

$\mathrm{AP}=2\,\mathrm{BP}$ に

$\mathrm{AP}=\sqrt{(x-4)^2+y^2}$, $\mathrm{BP}=\sqrt{(x-1)^2+y^2}$

を代入して

$$\sqrt{(x-4)^2+y^2}=2\sqrt{(x-1)^2+y^2}$$

$A(4,0), B(1,0)$ 距離 AP が距離 BP の 2 倍、点 P の軌跡

$$\sqrt{(x-4)^2+y^2} = 2\sqrt{(x-1)^2+y^2}$$

計算しにくいので、両辺 2 乗して

$$\sqrt{(x-4)^2+y^2}^{\,2} = \left(2\sqrt{(x-1)^2+y^2}\right)^2$$

$$(x-4)^2+y^2 = 2^2\sqrt{(x-1)^2+y^2}^{\,2}$$

$$(x-4)^2+y^2 = 4\left((x-1)^2+y^2\right)$$

A(4, 0), B(1, 0) 距離 AP が距離 BP の 2 倍、点 P の軌跡

$$
\begin{aligned}
(x-4)^2 + y^2 &= 4\left((x-1)^2 + y^2\right) \\
x^2 - 8x + 16 + y^2 &= 4\left(x^2 - 2x + 1 + y^2\right) \\
x^2 - 8x + 16 + y^2 &= 4x^2 - 8x + 4 + 4y^2 \\
-3x^2 - 3y^2 &= -12 \\
x^2 + y^2 &= 4 \\
x^2 + y^2 &= 2^2
\end{aligned}
$$

答　中心が (0, 0)，半径 2 の円

教科書は

教科書は $\sqrt{}$ が出るのが嫌なので

$$\mathrm{AP} = 2\,\mathrm{BP}$$

の両辺を 2 乗して

$$\mathrm{AP}^2 = (2\,\mathrm{BP})^2$$
$$\mathrm{AP}^2 = 2^2\,\mathrm{BP}^2$$
$$\mathrm{AP}^2 = 4\,\mathrm{BP}^2$$

として計算している。