$A(4,0), B(1,0)$ 距離 AP が距離 BP の 2 倍、点 P の軌跡

条件を満たす点 P の座標を (x, y) とおく。

条件を満たす点 P の座標を (x, y) とおく。

$$\mathrm{AP} = 2\,\mathrm{BP}$$

条件を満たす点 P の座標を (x, y) とおく。

$$\mathrm{AP} = 2\,\mathrm{BP}$$

距離 AP と 距離 BP を計算しよう。

（公式）平面上の 2 点間の距離

2 点 $(●, ▲)$，$(●, ▲)$ の間の距離は

$$\sqrt{(● - ●)^2 + (▲ - ▲)^2}$$

なので

（公式）平面上の 2 点間の距離

2 点 (●, ▲), (●, ▲) の間の距離は

$$\sqrt{(● - ●)^2 + (▲ - ▲)^2}$$

なので

2 点 A$(4, 0)$, P(x, y) の間の距離は

$$\mathrm{AP} = \sqrt{(x-4)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + y^2}$$

（公式）平面上の 2 点間の距離

2 点 (●, ▲)，(●, ▲) の間の距離は

$$\sqrt{(\text{●}-\text{●})^2+(\text{▲}-\text{▲})^2}$$

なので

同様に 2 点 $\mathrm{B}(1, 0)$，$\mathrm{P}(x, y)$ の間の距離は

$$\mathrm{BP}=\sqrt{(x-1)^2+(y-0)^2}=\sqrt{(x-1)^2+y^2}$$

$\mathrm{A}(4,0),\mathrm{B}(1,0)$ 距離 AP が距離 BP の 2 倍、点 P の軌跡

$\mathrm{AP}=2\,\mathrm{BP}$ に

$\mathrm{AP}=\sqrt{(x-4)^2+y^2}$, $\mathrm{BP}=\sqrt{(x-1)^2+y^2}$

を代入して

$$\sqrt{(x-4)^2+y^2}=2\sqrt{(x-1)^2+y^2}$$

$\mathrm{A}(4,0), \mathrm{B}(1,0)$ 距離 AP が距離 BP の 2 倍、点 P の軌跡

$$\sqrt{(x-4)^2+y^2} = 2\sqrt{(x-1)^2+y^2}$$

計算しにくいので、両辺 2 乗して

$$\sqrt{(x-4)^2+y^2}^{\,2} = \left(2\sqrt{(x-1)^2+y^2}\right)^2$$

$$(x-4)^2+y^2 = 2^2\sqrt{(x-1)^2+y^2}^{\,2}$$

$$(x-4)^2+y^2 = 4\left((x-1)^2+y^2\right)$$

$A(4,0), B(1,0)$ 距離 AP が距離 BP の 2 倍、点 P の軌跡

$$
\begin{aligned}
(x-4)^2 + y^2 &= 4\left((x-1)^2 + y^2\right)\\
x^2-8x+16+y^2 &= 4\left(x^2-2x+1+y^2\right)\\
x^2-8x+16+y^2 &= 4x^2-8x+4+4y^2\\
-3x^2-3y^2 &= -12\\
x^2+y^2 &= 4\\
x^2+y^2 &= 2^2
\end{aligned}
$$

答　中心が $(0,0)$，半径 2 の円

教科書は

教科書は $\sqrt{}$ が出るのが嫌なので

$$\mathrm{AP} = 2\,\mathrm{BP}$$

の両辺を 2 乗して

$$\mathrm{AP}^2 = (2\,\mathrm{BP})^2$$
$$\mathrm{AP}^2 = 2^2\,\mathrm{BP}^2$$
$$\mathrm{AP}^2 = 4\,\mathrm{BP}^2$$

として計算している。

スカイツリーと東京タワーとアポロニウスの円

NHK Eテレ 2355 アポロニウスの円 (YouTube) web