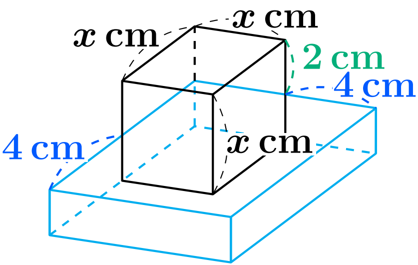
高次方程式の文章問題　#12 その 0

ある立方体の縦、横をそれぞれ 4 cm 長くし、高さを 2 cm 短くした直方体をつくると、体積が 2 倍になりました。

もとの立方体の 1 辺の長さを求めなさい。



黒 $\Rightarrow$ 薄青

縦、横それぞれ 4 cm 長く、高さを 2 cm 短く

もとの立方体の 1 辺の長さを x (cm) とすると、
できた直方体の長さは、次のようになる。

縦 $(x+4)$ cm,　横 $(x+4)$ cm,　高さ $(x-2)$ cm

だから直方体の体積は

$$\text{縦}\times\text{横}\times\text{高さ} = (x+4)(x+4)(x-2)\ \text{cm}^3$$

となる。

もとの立方体の体積は

もとの立方体は　縦 x (cm), 横 x (cm), 高さ x (cm)
だから立方体の体積は

$$縦 \times 横 \times 高さ \ = x \times x \times x \ = x^3 \ (\mathrm{cm}^3)$$

となる。

問題文によると

直方体の体積＝2 倍×立方体の体積

と、問題文に書かれているので

$$(x+4)(x+4)(x-2)=2x^3$$

展開して整理すると

展開して整理する

$$(x+4)(x+4)(x-2) = 2x^3$$

$$(x^2+8x+16)(x-2) = 2x^3$$

$$x^3+8x^2\cancel{+16x}-2x^2\cancel{-16x}-32 = 2x^3$$

$$x^3+6x^2-32 = 2x^3$$

$$x^3-2x^3+6x^2-32 = 0$$

両辺に -1 かけ算

$$-x^3+6x^2-32 = 0$$

$$x^3-6x^2+32 = 0$$

因数定理を使う

$x^3-6x^2+32=0$　を解きます。

x^3-6x^2+32 の x の所に $1, -1, 2, -2, \cdots$ を入れて 0 になるものを探すと $x=-2$ が見つかる。

このことは $x+2$ で割り切れることを示しているので、わり算する。

$(x^3-6x^2+32)\div(x+2)$ を計算

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2-8x+16 \\
\cline{2-2}
x+2 & x^3-6x^2 \qquad\qquad +32 \\
 & x^3+2x^2 \\
\cline{2-2}
 & \quad -8x^2 \\
 & \quad -8x^2-16x \\
\cline{2-2}
 & \qquad\qquad 16x+32 \\
 & \qquad\qquad 16x+32 \\
\cline{2-2}
 & \qquad\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

$$x^3-6x^2+32=(x+2)(x^2-8x+16)$$

$(x^3-6x^2+32)\div(x+2)$ を組立除法で

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & -6 & 0 & 32 \\ & & -2 & 16 & -32 \\ \hline & 1 & -8 & 16 & \boxed{0} \end{array}$$

$$x^3-6x^2+32=(x+2)(x^2-8x+16)$$

因数分解する

$$x^3-6x^2+32=(x+2)(x^2-8x+16)$$

$x^2-8x+16$ の部分は $(x-4)^2$ と因数分解できるので、まとめると

$$x^3-6x^2+32=(x+2)(x-4)^2$$

計算結果をチェックする

よって

$$\begin{aligned} x^3-6x^2+32 &= 0 \\ (x+2)(x-4)^2 &= 0 \end{aligned}$$

$$x=-2,\ 4$$

長さがマイナスの $x=-2$ は適していない。
$x=4$ は問題に適している。

$\boxed{\text{答}}$　$4\,\mathrm{cm}$