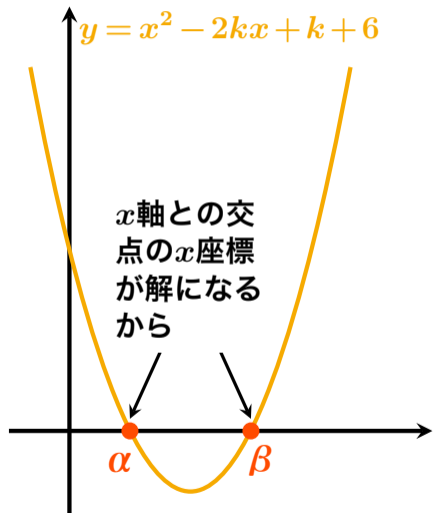


定数 k の値の範囲？

問題

$x^2 - 2kx + k + 6 = 0$ が
異なる 2 つの正の解をもつような、
定数 k の値の範囲を求めなさい。

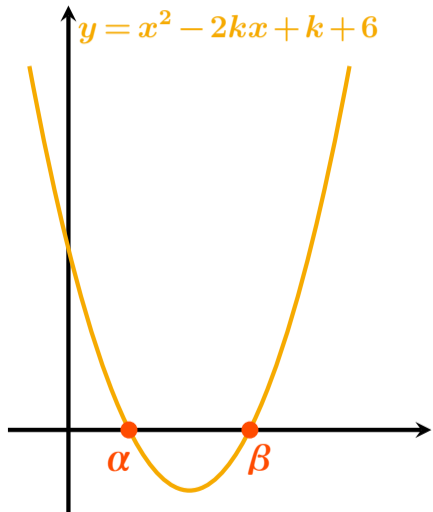
$x^2 - 2kx + k + 6 = 0$ が異なる 2 つの正の解



グラフが、こんな感じになればよい。

こうなるための条件は…

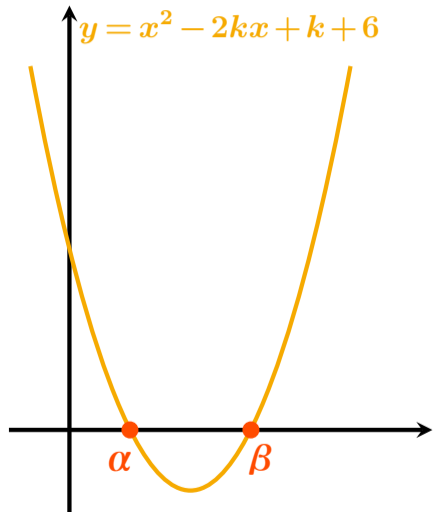
$x^2 - 2kx + k + 6 = 0$ が異なる 2 つの正の解



異なる 2 つの実数解をもつので

① 判別式 $D > 0$

$x^2 - 2kx + k + 6 = 0$ が異なる 2 つの正の解



2 つの正の解をもつための条件は

② $\alpha + \beta > 0$

③ $\alpha\beta > 0$

条件①②③が全部そろえばよい。

公式

解と係数の関係を復習しておこう。

■あ $x^2 +$ ■い $x +$ ■う $= 0$ の解が α, β のとき

$$\alpha + \beta = -\frac{\text{■い}}{\text{■あ}}$$

$$\alpha\beta = \frac{\text{■う}}{\text{■あ}}$$

$x^2 - 2kx + k + 6 = 0$ が異なる 2 つの正の解

① 判別式 $D > 0$ となるには

$$D = b^2 - 4ac > 0$$

$$(-2k)^2 - 4 \times 1 \times (k + 6) > 0$$

$$4k^2 - 4k - 24 > 0$$

$x^2 - 2kx + k + 6 = 0$ が異なる 2 つの正の解

① 判別式 $D > 0$ となるには

$$D = b^2 - 4ac > 0$$

$$(-2k)^2 - 4 \times 1 \times (k + 6) > 0$$

$$4k^2 - 4k - 24 > 0$$

両辺 $\div 4$

$$k^2 - k - 6 > 0$$

$$(k + 2)(k - 3) > 0$$

$$k < -2, \quad 3 < k \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$1x^2 - 2kx + k + 6 = 0$ が異なる 2 つの正の解

② $\alpha + \beta > 0$ となるには

$$\alpha + \beta = -\frac{\text{い}}{\text{あ}} = -\frac{-2k}{1} = 2k > 0$$

を計算して

$$k > 0 \quad \dots\dots\textcircled{2}$$

$1x^2 - 2kx + k + 6 = 0$ が異なる 2 つの正の解

③ $\alpha\beta > 0$ となるには

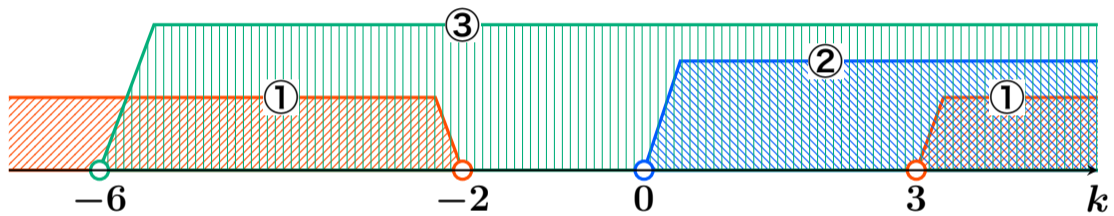
$$\alpha\beta = \frac{\text{う}}{\text{あ}} = \frac{k+6}{1} = k+6 > 0$$

を計算して

$$k > -6 \quad \dots\dots\textcircled{3}$$

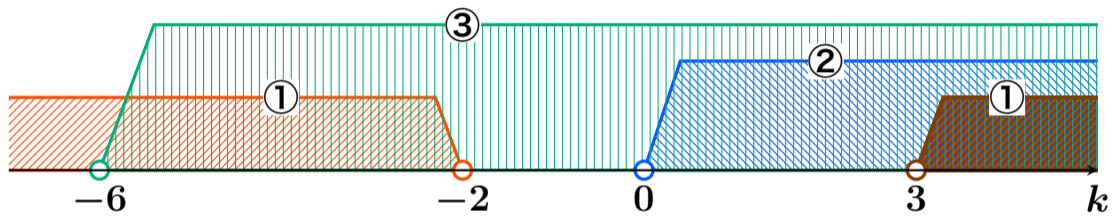
$x^2 - 2kx + k + 6 = 0$ が異なる 2 つの正の解

3 つの範囲が重なる部分は



$x^2 - 2kx + k + 6 = 0$ が異なる 2 つの正の解

3 つの範囲が重なる部分は



答 $k > 3$ ($3 < k$ でも OK)

$x^2 - 2kx + k + 6 = 0$ が異なる 2 つの正の解

数学 I で学習する《判別式》《放物線の軸》《切片》
を使って解くことも可能です。