

## 恒等式とは

$$5x + 8 = 5x + 8 \quad \text{は恒等式}$$

$x = 1$  のときも、 $x = -2$  のときも、 $x = 99$  のときも (左辺) = (右辺) となる。

---

$$3x - 4 = x + 6 \quad \text{は方程式}$$

$x = 5$  のときだけ (左辺) = (右辺) となる。

$2x^2 - 7x - 1 = A(x-1)^2 + B(x-1) + C$  が恒等式となる

$2x^2 - 7x - 1 = A(x-1)^2 + B(x-1) + C$  が恒等式となる

【係数比較法】

$$\begin{aligned} & A(x-1)^2 + B(x-1) + C \\ = & A(x^2 - 2x + 1) + Bx - B + C \\ = & Ax^2 - 2Ax + A + Bx - B + C \\ = & Ax^2 + (-2A + B)x + (A - B + C) \end{aligned}$$

よって

$$A = 2, \quad -2A + B = -7, \quad A - B + C = -1$$

$$A = 2, \quad -2A + B = -7, \quad A - B + C = -1$$

$A = 2$  を  $-2A + B = -7$  に代入して

$$-4 + B = -7 \quad \text{から}$$

$$B = -3$$

$A = 2, B = -3$  を  $A - B + C = -1$  に代入して

$$2 - (-3) + C = -1 \quad \text{から}$$

$$C = -6$$

よって  $\boxed{\text{答}}$   $A = 2, B = -3, C = -6$

【数値代入法】  $2x^2 - 7x - 1 = A(x-1)^2 + B(x-1) + C$

恒等式は  $x$  にどんな数字を入れても成り立つのでできるだけ計算が簡単になる数字を代入する。

$2x^2 - 7x = 0$  になる  $x = 0$  と

$(x-1)^2 = 0$ ,  $x-1=0$  になる  $x = 1$  は<sup>欠かせない</sup>マストで、 $A, B, C$  の 3 個を求めるにはもう一つ必要なので、計算が簡単そうな  $x = 2$  にします。

※  $x = -2, 5, 9$  でも解けるけど計算が難しくなるので嫌！

【数値代入法】  $2x^2 - 7x - 1 = A(x-1)^2 + B(x-1) + C$

$x = 0$  を代入すると

$$\begin{aligned} 2 \times 0^2 - 7 \times 0 - 1 &= A(0-1)^2 + B(0-1) + C \\ -1 &= A - B + C \end{aligned}$$

---

$x = 1$  を代入すると

$$\begin{aligned} 2 \times 1^2 - 7 \times 1 - 1 &= A(1-1)^2 + B(1-1) + C \\ -6 &= C \end{aligned}$$

【数値代入法】  $2x^2 - 7x - 1 = A(x-1)^2 + B(x-1) + C$

$x = 2$  を代入すると

$$\begin{aligned} 2 \times 2^2 - 7 \times 2 - 1 &= A(2-1)^2 + B(2-1) + C \\ -7 &= A + B + C \end{aligned}$$

$$\begin{cases} -1 = A - B + C \\ -6 = C \\ -7 = A + B + C \end{cases}$$

を解いて

$$A = 2, \quad B = -3, \quad C = -6$$

**【数値代入法】**  $2x^2 - 7x - 1 = A(x-1)^2 + B(x-1) + C$

逆に  $A = 2, B = -3, C = -6$  のとき

$$\begin{aligned} & A(x-1)^2 + B(x-1) + C \\ = & 2(x-1)^2 - 3(x-1) - 6 \\ = & 2(x^2 - 2x + 1) - 3x + 3 - 6 \\ = & 2x^2 - 4x + 2 - 3x + 3 - 6 \\ = & 2x^2 - 7x - 1 \quad \text{で恒等式となる} \end{aligned}$$

↑ 必ずこの確認が必要

**答**  $A = 2, B = -3, C = -6$



(左辺) = (右辺) が恒等式です

教科書では

$$2(x+2)^2 - (x+2) + 5 = 2x^2 + 7x + 11$$

のような書かれ方をするが、整理して完全一致

$$2x^2 + 7x + 11 = 2x^2 + 7x + 11$$

となるのが恒等式です。