629914×4772 を計算したい

昔はコンピューターがなかったからすべて筆算やそろばんで計算していた。

629914×4772 を計算したい

昔はコンピューターがなかったからすべて筆算やそろばんで計算していた。

だから数字が大きくなるととても大変だった。

629914×4772 を計算したい

昔はコンピューターがなかったからすべて筆算やそろばんで計算していた。

だから数字が大きくなるととても大変だった。

そこで数学者ネイピア（1550〜1617）は次のようなことを思いついた。

629914×4772 を計算したい

まず

$$629914 = 10^x$$

となる x を求める。

629914×4772 を計算したい

まず

$$629914 = 10^x$$

となる x を求める。

$$x \fallingdotseq 5.80\cdots$$

となる。（計算方法は後で説明する）

629914×4772 を計算したい

$$629914 \fallingdotseq 10^{5.80}$$

が分かった。

629914×4772 を計算したい

次に

$$4772 = 10^y$$

となる y を求める。

629914×4772 を計算したい

次に

$$4772 = 10^y$$

となる y を求める。

$$y \fallingdotseq 3.68\cdots$$

となる。

629914×4772 を計算したい

$$4772 \fallingdotseq 10^{3.68}$$

が分かった。

629914×4772 を計算したい

$$4772 \fallingdotseq 10^{3.68}$$

が分かった。だから

629914×4772 を計算したい

$$\mathbf{629914 \times 4772}$$

629914×4772 を計算したい

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{629914 \times 4772} \\
\fallingdotseq\ & \mathbf{10^{5.80} \times 10^{3.68}}
\end{aligned}
$$

629914×4772 を計算したい

$$
\begin{aligned}
& 629914 \times 4772 \\
\fallingdotseq\ & 10^{5.80} \times 10^{3.68} \\
=\ & 10^{5.80+3.68}
\end{aligned}
$$

ココがみそ

629914×4772 を計算したい

$$
\begin{aligned}
& 629914 \times 4772 \\
\fallingdotseq\ & 10^{5.80} \times 10^{3.68} \\
=\ & 10^{5.80+3.68} \\
=\ & 10^{9.48}
\end{aligned}
$$

ココがみそ

かけ算の代わりにたし算で済む

629914×4772 を計算したい

$$10^9 < 10^{9.48} < 10^{10}$$

なので

$$10\text{ 億} < 10^{9.48} < 100\text{ 億}$$

だと分かる。

629914×4772 を計算したい

もう少し正確に求めるなら

$$10^{9.48}$$

629914×4772 を計算したい

もう少し正確に求めるなら

$$10^{9.48} \fallingdotseq 10^{9.5}$$

629914×4772 を計算したい

もう少し正確に求めるなら

$$10^{9.48} \fallingdotseq 10^{9.5} = 10^{9+0.5}$$

629914×4772 を計算したい

もう少し正確に求めるなら

$$10^{9.48} \fallingdotseq 10^{9.5} = 10^{9+0.5}$$
$$= 10^{9} \times 10^{0.5}$$

629914×4772 を計算したい

もう少し正確に求めるなら

$$
\begin{aligned}
10^{9.48} \fallingdotseq 10^{9.5} &= 10^{9+0.5} \\
&= 10^{9} \times 10^{0.5} \\
&= 10^{9} \times 10^{\frac{1}{2}}
\end{aligned}
$$

629914×4772 を計算したい

もう少し正確に求めるなら

$$
\begin{aligned}
10^{9.48} \fallingdotseq 10^{9.5} &= 10^{9+0.5} \\
&= 10^{9} \times 10^{0.5} \\
&= 10^{9} \times 10^{\frac{1}{2}} \\
&= 10^{9} \times \sqrt{10}
\end{aligned}
$$

629914×4772 を計算したい

もう少し正確に求めるなら

$$
\begin{aligned}
10^{9.48} \fallingdotseq 10^{9.5} &= 10^{9+0.5} \\
&= 10^{9} \times 10^{0.5} \\
&= 10^{9} \times 10^{\frac{1}{2}} \\
&= 10^{9} \times \sqrt{10} \\
&\fallingdotseq 10^{9} \times 3.16
\end{aligned}
$$

629914×4772 を計算したい

もう少し正確に求めるなら

$$
\begin{aligned}
10^{9.48} \fallingdotseq 10^{9.5} &= 10^{9+0.5} \\
&= 10^9 \times 10^{0.5} \\
&= 10^9 \times 10^{\frac{1}{2}} \\
&= 10^9 \times \sqrt{10} \\
&\fallingdotseq 10^9 \times 3.16 \\
&= \text{約 } 31 \text{ 億 } 6 \text{ 千万}
\end{aligned}
$$

629914×4772 を計算したい

正確な値は $3005949608 \fallingdotseq$ 約 30 億 である。

629914×4772 を計算したい

この方法の便利なところは

かけ算の代わりにたし算で済む

ところだ！。

629914×4772 を計算したい

この方法の便利なところは

かけ算の代わりにたし算で済む

ところだ！。

おおざっぱな値さえ分かれば良いというときはとても有効な方法だ。

しかし $629914 = 10^x$ となる x は、どうやって求めれば良いのだろう。

対数 log

しかし $629914 = 10^x$ となる x は、どうやって求めれば良いのだろう。

そのために使うのが「対数 log」である。

対数 log

しかし $629914 = 10^x$ となる x は、どうやって求めれば良いのだろう。

そのために使うのが「対数 log」である。

教科書の巻末に「常用対数表」がある。（ネイピアとその後継者はこの表を完成させた）

常用対数表を使うと計算できる

$$\log_{10} 629914$$

常用対数表を使うと計算できる

$$\log_{10} 629914 \fallingdotseq \log_{10} 630000$$

常用対数表を使うと計算できる

$$\begin{aligned}\log_{10} 629914 &\fallingdotseq \log_{10} 630000 \\ &= \log_{10}(6.30 \times 100000)\end{aligned}$$

常用対数表を使うと計算できる

$$\begin{aligned}\log_{10} 629914 &\fallingdotseq \log_{10} 630000 \\ &= \log_{10}(6.30 \times 100000) \\ &= \log_{10}(6.30 \times 10^5)\end{aligned}$$

常用対数表を使うと計算できる

$$\begin{aligned}\log_{10} 629914 &\fallingdotseq \log_{10} 630000 \\ &= \log_{10}(6.30 \times 100000) \\ &= \log_{10}(6.30 \times 10^5) \\ &= \log_{10} 6.30 + \log_{10} 10^5\end{aligned}$$

常用対数表を使うと計算できる

$$
\begin{aligned}
\log_{10} 629914 &\fallingdotseq \log_{10} 630000 \\
&= \log_{10}(6.30 \times 100000) \\
&= \log_{10}(6.30 \times 10^5) \\
&= \log_{10} 6.30 + \log_{10} 10^5 \\
&= \log_{10} 6.30 + \quad 5
\end{aligned}
$$

常用対数表を使うと計算できる

$$
\begin{aligned}
\log_{10} 629914 &\fallingdotseq \log_{10} 630000 \\
&= \log_{10}(6.30 \times 100000) \\
&= \log_{10}(6.30 \times 10^5) \\
&= \log_{10} 6.30 + \log_{10} 10^5 \\
&= \log_{10} 6.30 + 5 \\
&\fallingdotseq 0.7993 + 5
\end{aligned}
$$

常用対数表を使うと計算できる

$$
\begin{aligned}
\log_{10} 629914 &\fallingdotseq \log_{10} 630000 \\
&= \log_{10}(6.30 \times 100000) \\
&= \log_{10}(6.30 \times 10^5) \\
&= \log_{10} 6.30 + \log_{10} 10^5 \\
&= \log_{10} 6.30 + \qquad 5 \\
&\fallingdotseq 0.7993 + 5 \\
&= 5.7993
\end{aligned}
$$

常用対数表を使うと計算できる

$$\log_{10} 629914 \fallingdotseq 5.7993$$

$$\Updownarrow$$

$$10^{5.7993} \fallingdotseq 629914$$

常用対数表を使うと計算できる

$$\log_{10} 4772$$

常用対数表を使うと計算できる

$$\log_{10} 4772 \fallingdotseq \log_{10} 4770$$

常用対数表を使うと計算できる

$$\begin{aligned}\log_{10} 4772 &\fallingdotseq \log_{10} 4770 \\ &= \log_{10}(4.77 \times 1000)\end{aligned}$$

常用対数表を使うと計算できる

$$\begin{aligned} \log_{10} 4772 &\fallingdotseq \log_{10} 4770 \\ &= \log_{10}(4.77 \times 1000) \\ &= \log_{10}(4.77 \times 10^3) \end{aligned}$$

常用対数表を使うと計算できる

$$
\begin{aligned}
\log_{10} 4772 &\fallingdotseq \log_{10} 4770 \\
&= \log_{10}(4.77 \times 1000) \\
&= \log_{10}(4.77 \times 10^3) \\
&= \log_{10} 4.77 + \log_{10} 10^3
\end{aligned}
$$

常用対数表を使うと計算できる

$$
\begin{aligned}
\log_{10} 4772 &\fallingdotseq \log_{10} 4770 \\
&= \log_{10}(4.77 \times 1000) \\
&= \log_{10}(4.77 \times 10^3) \\
&= \log_{10} 4.77 + \log_{10} 10^3 \\
&= \log_{10} 4.77 + \qquad 3
\end{aligned}
$$

常用対数表を使うと計算できる

$$
\begin{aligned}
\log_{10} 4772 &\fallingdotseq \log_{10} 4770 \\
&= \log_{10}(4.77 \times 1000) \\
&= \log_{10}(4.77 \times 10^3) \\
&= \log_{10} 4.77 + \log_{10} 10^3 \\
&= \log_{10} 4.77 + \qquad 3 \\
&\fallingdotseq 0.6785 + 3
\end{aligned}
$$

常用対数表を使うと計算できる

$$
\begin{aligned}
\log_{10} 4772 &\fallingdotseq \log_{10} 4770 \\
&= \log_{10}(4.77 \times 1000) \\
&= \log_{10}(4.77 \times 10^3) \\
&= \log_{10} 4.77 + \log_{10} 10^3 \\
&= \log_{10} 4.77 + 3 \\
&\fallingdotseq 0.6785 + 3 \\
&= 3.6785
\end{aligned}
$$

常用対数表を使うと計算できる

$$\log_{10} 4772 \fallingdotseq 3.6785$$

$$\Updownarrow$$

$$10^{3.6785} \fallingdotseq 4772$$

当時は大航海時代でヨーロッパ各国が大きな船を作って大西洋や太平洋を横断してアフリカ、アメリカ、インド、中国などに進出を始めていた。

指数・対数はチョー強力な計算ツール

当時は大航海時代でヨーロッパ各国が大きな船を作って大西洋や太平洋を横断してアフリカ、アメリカ、インド、中国などに進出を始めていた。

海の上で船の位置を知るには天測暦という特殊なカレンダーが必要だった。

指数・対数はチョー強力な計算ツール

この天測暦を作るためにはものすごい量の計算が必要で、これを早く正確に計算するために考え出されたのが指数・対数だったのだ。

指数・対数はチョー強力な計算ツール

この天測暦を作るためにはものすごい量の計算が必要で、これを早く正確に計算するために考え出されたのが指数・対数だったのだ。

コンピューターの無い時代に、おおざっぱな計算をするには指数・対数はなくてはならないものだったのだ！