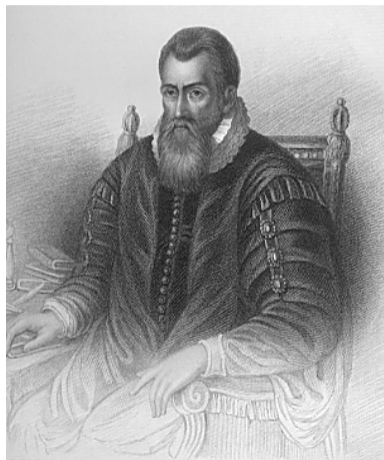


ジョン・ネイピア



対数を使うと計算の手間を大幅に削減することができる。

そのため対数は『天文学者の寿命を 2 倍にした』といわれた。

629914 × 4772 を計算したい

昔はコンピューターがなかったから、筆算やそろばんで計算していた。

629914 × 4772 を計算したい

昔はコンピューターがなかったから、筆算やそろばんで計算していた。

だから計算の量が増えると、とても大変だった。

629914 × 4772 を計算したい

昔はコンピューターがなかったから、筆算やそろばんで計算していた。

だから計算の量が増えると、とても大変だった。

そこで**ネイピア (1550~1617)** [web](#) は次のようなことを思いついた。

629914 × 4772 を計算したい

まず

$$629914 = 10^x$$

となる x を求める。

629914 × 4772 を計算したい

まず

$$629914 = 10^x$$

となる x を求める。

$$x \doteq 5.80$$

となる。(計算方法は後で説明する)

629914 × 4772 を計算したい

$$629914 \doteq 10^{5.80}$$

が分かった。

629914 × 4772 を計算したい

次に

$$4772 = 10^y$$

となる y を求める。

629914 × 4772 を計算したい

次に

$$4772 = 10^y$$

となる y を求める。

$$y \doteq 3.68$$

となる。

629914 × 4772 を計算したい

$$4772 \doteq 10^{3.68}$$

が分かった。

629914 × 4772 を計算したい

$$4772 \doteq 10^{3.68}$$

が分かった。だから

629914 × 4772 を計算したい

$$629914 \times 4772$$

629914 × 4772 を計算したい

$$\begin{aligned} & 629914 \times 4772 \\ \doteq & 10^{5.80} \times 10^{3.68} \end{aligned}$$

629914 × 4772 を計算したい

$$629914 \times 4772$$

$$\doteq 10^{5.80} \times 10^{3.68}$$

$$= 10^{5.80+3.68}$$

ココがみそ

629914 × 4772 を計算したい

$$629914 \times 4772$$

$$\doteq 10^{5.80} \times 10^{3.68}$$

$$= 10^{5.80+3.68}$$

$$= 10^{9.48}$$

ココがみそ

かけ算の代わりにたし算で済む

629914 × 4772 を計算したい

$$10^9 < 10^{9.48} < 10^{10}$$

なので

$$10 \text{ 億} < 10^{9.48} < 100 \text{ 億}$$

だと分かる。

629914 × 4772 を計算したい

もう少し正確に求めるなら

$$10^{9.48}$$

629914 × 4772 を計算したい

もう少し正確に求めるなら

$$10^{9.48} \doteq 10^{9.5}$$

629914 × 4772 を計算したい

もう少し正確に求めるなら

$$10^{9.48} \doteq 10^{9.5} = 10^{9+0.5}$$

629914 × 4772 を計算したい

もう少し正確に求めるなら

$$\begin{aligned} 10^{9.48} &\doteq 10^{9.5} = 10^{9+0.5} \\ &= 10^9 \times 10^{0.5} \end{aligned}$$

629914 × 4772 を計算したい

もう少し正確に求めるなら

$$\begin{aligned}10^{9.48} &\doteq 10^{9.5} = 10^{9+0.5} \\ &= 10^9 \times 10^{0.5} \\ &= 10^9 \times 10^{\frac{1}{2}}\end{aligned}$$

629914 × 4772 を計算したい

もう少し正確に求めるなら

$$\begin{aligned}10^{9.48} &\doteq 10^{9.5} = 10^{9+0.5} \\ &= 10^9 \times 10^{0.5} \\ &= 10^9 \times 10^{\frac{1}{2}} \\ &= 10^9 \times \sqrt{10}\end{aligned}$$

629914 × 4772 を計算したい

もう少し正確に求めるなら

$$\begin{aligned}10^{9.48} &\doteq 10^{9.5} = 10^{9+0.5} \\ &= 10^9 \times 10^{0.5} \\ &= 10^9 \times 10^{\frac{1}{2}} \\ &= 10^9 \times \sqrt{10} \\ &\doteq 10^9 \times 3.16\end{aligned}$$

629914 × 4772 を計算したい

もう少し正確に求めるなら

$$\begin{aligned}10^{9.48} &\doteq 10^{9.5} = 10^{9+0.5} \\ &= 10^9 \times 10^{0.5} \\ &= 10^9 \times 10^{\frac{1}{2}} \\ &= 10^9 \times \sqrt{10} \\ &\doteq 10^9 \times 3.16 \\ &= \text{約 31 億 6 千万}\end{aligned}$$

629914 × 4772 を計算したい

正確な値は 3005949608 ≐ 約 30 億 である。

629914 × 4772 を計算したい

この方法の便利なところは

かけ算の代わりにたし算で済む

ところだ！。

629914 × 4772 を計算したい

この方法の便利なところは

かけ算の代わりにたし算で済む

ところだ！。

おおざっぱな値さえ分かれば良いというときはとても有効な方法だ。

対数 log

しかし $629914 = 10^x$ となる x は、どうやって求めれば良いのだろうか。

対数 log

しかし $629914 = 10^x$ となる x は、どうやって求めれば良いのだろうか。

そのために使うのが **対数 log** である。

対数 log

しかし $629914 = 10^x$ となる x は、どうやって求めれば良いのだろうか。

そのために使うのが **対数 log** である。

教科書の巻末に「常用対数表」がある。(ネイピアとその後継者はこの表を完成させた)

常用対数表を使うと計算できる

$$\log_{10} 629914$$

常用対数表を使うと計算できる

$$\log_{10} 629914 \doteq \log_{10} 630000$$

常用対数表を使うと計算できる

$$\begin{aligned}\log_{10} 629914 &\doteq \log_{10} 630000 \\ &= \log_{10}(6.30 \times 100000)\end{aligned}$$

常用対数表を使うと計算できる

$$\begin{aligned}\log_{10} 629914 &\doteq \log_{10} 630000 \\ &= \log_{10}(6.30 \times 100000) \\ &= \log_{10}(6.30 \times 10^5)\end{aligned}$$

常用対数表を使うと計算できる

$$\begin{aligned}\log_{10} 629914 &\doteq \log_{10} 630000 \\ &= \log_{10}(6.30 \times 100000) \\ &= \log_{10}(6.30 \times 10^5) \\ &= \log_{10} 6.30 + \log_{10} 10^5\end{aligned}$$

常用対数表を使うと計算できる

$$\begin{aligned}\log_{10} 629914 &\doteq \log_{10} 630000 \\ &= \log_{10}(6.30 \times 100000) \\ &= \log_{10}(6.30 \times 10^5) \\ &= \log_{10} 6.30 + \log_{10} 10^5 \\ \text{表で調べる} \Rightarrow &= \log_{10} 6.30 + 5\end{aligned}$$

常用対数表を使うと計算できる

$$\begin{aligned}\log_{10} 629914 &\doteq \log_{10} 630000 \\ &= \log_{10}(6.30 \times 100000) \\ &= \log_{10}(6.30 \times 10^5) \\ &= \log_{10} 6.30 + \log_{10} 10^5 \\ \text{表で調べる} \Rightarrow &= \log_{10} 6.30 + 5 \\ &\doteq 0.7993 + 5\end{aligned}$$

常用対数表を使うと計算できる

$$\begin{aligned}\log_{10} 629914 &\doteq \log_{10} 630000 \\ &= \log_{10}(6.30 \times 100000) \\ &= \log_{10}(6.30 \times 10^5) \\ &= \log_{10} 6.30 + \log_{10} 10^5 \\ \text{表で調べる} \Rightarrow &= \log_{10} 6.30 + 5 \\ &\doteq 0.7993 + 5 \\ &= 5.7993 \quad \text{一目停止}\end{aligned}$$

常用対数表を使うと計算できる

だから次のようになる。

$$\log_{10} 629914 \doteq 5.7993$$



$$10^{5.7993} \doteq 629914$$

常用対数表を使うと計算できる

$$\log_{10} 4772$$

常用対数表を使うと計算できる

$$\log_{10} 4772 \doteq \log_{10} 4770$$

常用対数表を使うと計算できる

$$\begin{aligned}\log_{10} 4772 &\doteq \log_{10} 4770 \\ &= \log_{10}(4.77 \times 1000)\end{aligned}$$

常用対数表を使うと計算できる

$$\begin{aligned}\log_{10} 4772 &\doteq \log_{10} 4770 \\ &= \log_{10}(4.77 \times 1000) \\ &= \log_{10}(4.77 \times 10^3)\end{aligned}$$

常用対数表を使うと計算できる

$$\begin{aligned}\log_{10} 4772 &\doteq \log_{10} 4770 \\ &= \log_{10}(4.77 \times 1000) \\ &= \log_{10}(4.77 \times 10^3) \\ &= \log_{10} 4.77 + \log_{10} 10^3\end{aligned}$$

常用対数表を使うと計算できる

$$\begin{aligned}\log_{10} 4772 &\doteq \log_{10} 4770 \\ &= \log_{10}(4.77 \times 1000) \\ &= \log_{10}(4.77 \times 10^3) \\ &= \log_{10} 4.77 + \log_{10} 10^3 \\ \text{表で調べる} \Rightarrow &= \log_{10} 4.77 + 3\end{aligned}$$

常用対数表を使うと計算できる

$$\begin{aligned}\log_{10} 4772 &\doteq \log_{10} 4770 \\ &= \log_{10}(4.77 \times 1000) \\ &= \log_{10}(4.77 \times 10^3) \\ &= \log_{10} 4.77 + \log_{10} 10^3 \\ \text{表で調べる} \Rightarrow &= \log_{10} 4.77 + 3 \\ &\doteq 0.6785 + 3\end{aligned}$$

常用対数表を使うと計算できる

$$\begin{aligned}\log_{10} 4772 &\doteq \log_{10} 4770 \\ &= \log_{10}(4.77 \times 1000) \\ &= \log_{10}(4.77 \times 10^3) \\ &= \log_{10} 4.77 + \log_{10} 10^3 \\ \text{表で調べる} \Rightarrow &= \log_{10} 4.77 + 3 \\ &\doteq 0.6785 + 3 \\ &= 3.6785 \quad \text{一目停止}\end{aligned}$$

常用対数表を使うと計算できる

だから次のようになる。

$$\log_{10} 4772 \doteq 3.6785$$



$$10^{3.6785} \doteq 4772$$

指数・対数はチヨ一強力な計算ツール

当時は**大航海時代** [web](#) でヨーロッパ各国が大きな船を作って大西洋や太平洋を横断してアフリカ、アメリカ、インド、中国などに進出を始めていた。

指数・対数はチヨ一強力な計算ツール

当時は**大航海時代** [web](#) でヨーロッパ各国が大きな船を作って大西洋や太平洋を横断してアフリカ、アメリカ、インド、中国などに進出を始めていた。

何の目印もない海の上で船の位置を知るには、あらかじめ天体（太陽・月・惑星）の動きを計算して作成する**天測暦** [web](#) という特殊な暦を見る必要があった。（しかも年ごとに計算する必要あり）

指数・対数はチョー強力な計算ツール

この天測暦を作るためにはものすごい量の計算が必要で、これを早く正確に計算するために考え出されたのが指数・対数だったのだ。

指数・対数はチョー強力な計算ツール

この天測暦を作るためにはものすごい量の計算が必要で、これを早く正確に計算するために考え出されたのが指数・対数だったのだ。

コンピューターの無い時代に、膨大な量の計算をするには指数・対数はなくてはならないものだったのだ！