

# 方程式を解く

$$x + 5 = 8$$

# 方程式を解く

$$x + 5 = 8$$

$$x = 8 - 5$$

# 方程式を解く

$$x + 5 = 8$$

$$x = 8 - 5$$

$$x = 3 \quad \boxed{\text{答}}$$

自然数 (1, 2, 3, 4, ...) だけだと...

$$x + 7 = 3$$

自然数 (1, 2, 3, 4, ...) だけだと...

$$x + 7 = 3$$

$x =$  答えなし

自然数 (1, 2, 3, 4, ...) だけだと...

$$x + 7 = 3$$

$x =$  答えなしでは困るので

# 自然数 (1, 2, 3, 4, ...) だけだと...

$$x + 7 = 3$$

$x =$  答えなしでは困るので

$$x = 3 - 7$$

# 自然数 (1, 2, 3, 4, ...) だけだと...

$$x + 7 = 3$$

$x =$  答えなしでは困るので

$$x = 3 - 7$$

$$x = -4 \quad \boxed{\text{答}}$$



# 自然数 (1, 2, 3, 4, ...) だけだと...

$$x + 7 = 3$$

$x =$  答えなしでは困るので

$$x = 3 - 7$$

$$x = -4 \quad \boxed{\text{答}}$$

マイナスの数字を考え出した  
(7世紀頃のインド)

自然数 (1, 2, 3, 4, ...) だけだと...

$$x + 6 = 6$$

# 自然数 (1, 2, 3, 4, ...) だけだと...

$$x + 6 = 6$$

$$x = \text{答えなし}$$

自然数 (1, 2, 3, 4, ...) だけだと...

$$x + 6 = 6$$

$x =$  答えなしでは困るので

# 自然数 (1, 2, 3, 4, ...) だけだと...

$$x + 6 = 6$$

$x =$  答えなしでは困るので

$$x = 6 - 6$$

# 自然数 (1, 2, 3, 4, ...) だけだと...

$$x + 6 = 6$$

$x =$  答えなしでは困るので

$$x = 6 - 6$$

$$x = 0 \quad \boxed{\text{答}}$$

# 自然数 (1, 2, 3, 4, ...) だけだと...

$$x + 6 = 6$$

$x =$  答えなしでは困るので

$$x = 6 - 6$$

$$x = 0 \quad \boxed{\text{答}}$$

0 を考え出した (7 世紀頃のインド)

整数 ( $\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$ ) だけだと...

$$2x = 3$$



整数 ( $\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$ ) だけだと...

$$2x = 3$$

$$x = \text{答えなし}$$

整数 ( $\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$ ) だけだと...

$$2x = 3$$

$x =$  答えなしでは困るので

整数 ( $\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$ ) だけだと...

$$2x = 3$$

$x =$  答えなしでは困るので

$$\frac{2x}{2} = \frac{3}{2}$$

整数 ( $\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$ ) だけだと...

$$2x = 3$$

$x =$  答えなしでは困るので

$$\frac{2x}{2} = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{3}{2} \quad \boxed{\text{答}} \quad (1.5 \text{ でも OK})$$

整数 ( $\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$ ) だけだと...

$$2x = 3$$

$x =$  答えなしでは困るので

$$\frac{2x}{2} = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{3}{2} \quad \boxed{\text{答}} \quad (1.5 \text{ でも OK})$$

分数・小数 (有理数) を考え出した

有理数 ( $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{7}$  など) だけだと...

$$x^2 = 5$$

有理数 ( $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{7}$  など) だけだと...

$$x^2 = 5$$

$$x = \text{答えなし}$$

有理数 ( $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{7}$  など) だけだと…

$$x^2 = 5$$

$x =$  答えなしでは困るので



# 有理数 ( $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{7}$ など) だけだと...

$$x^2 = 5$$

$x =$  答えなしでは困るので

$$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{5}$$

# 有理数 ( $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{7}$ など) だけだと...

$$x^2 = 5$$

$x =$  答えなしでは困るので

$$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{5}$$

$$x = \pm\sqrt{5} \quad \boxed{\text{答}}$$

有理数 ( $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{7}$  など) だけだと...

$$x^2 = 5$$

$x =$  答えなしでは困るので

$$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{5}$$

$$x = \pm\sqrt{5} \quad \boxed{\text{答}}$$

ルートの数字  $\sqrt{2}, \sqrt{5}$  や  
 $\pi = 3.14\dots$  を考え出した (無理数)

# ピタゴラスの「三平方の定理」 $a^2 + b^2 = c^2$

$2 + 3 =$  結婚、  $\sqrt{2} =$  抹殺…!?

悪魔の数学カルト組織「ピタゴラス教団」の狂気!!

第 16 話 ピタゴラス弟子殺害事件 無理数

実数 ( = 有理数 + 無理数) だけだと…

$$x^2 = -2$$

実数 ( = 有理数 + 無理数) だけだと…

$$x^2 = -2$$

$$x = \text{答えなし}$$

実数（ = 有理数 + 無理数）だけだと…

$$x^2 = -2$$

$x =$  答えなしでは困るので

実数 ( = 有理数 + 無理数) だけだと…

$$x^2 = -2$$

$x =$  答えなしでは困るので

$$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{-2}$$



実数 ( = 有理数 + 無理数) だけだと…

$$x^2 = -2$$

$x =$  答えなしでは困るので

$$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{-2}$$

$$x = \pm\sqrt{2}i \quad \boxed{\text{答}}$$

実数 ( = 有理数 + 無理数 ) だけだと…

$$x^2 = -2$$

$x =$  答えなしでは困るので

$$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{-2}$$

$$x = \pm\sqrt{2}i \quad \boxed{\text{答}}$$

$i^2 = -1$  となる想像上の数字を考えだした  
虚数 ( imaginary number )

# 数の世界

虚数

$$i, 2i, -5i$$

$$8 - 4i, 12 + 7i$$

など

複素数

実数

有理数

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{7}{12} \quad \text{など}$$

整数

自然数

$$1, 2, 3, 4, \dots$$

$$0, -1, -2, -3, \dots$$

無理数

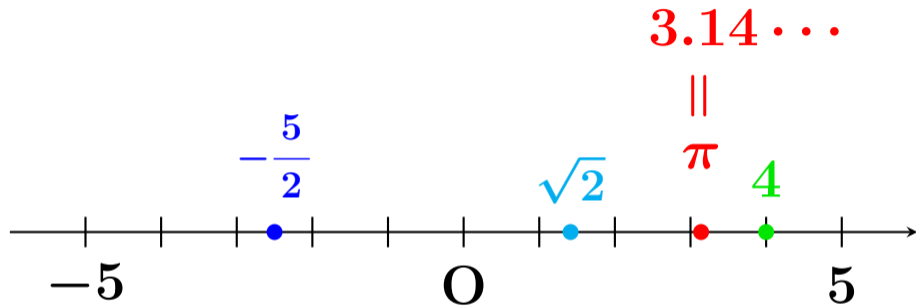
$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, 6\sqrt{5}, 2 + \sqrt{7} \quad \text{など}$$

超越数

$$\pi = 3.1415\dots$$

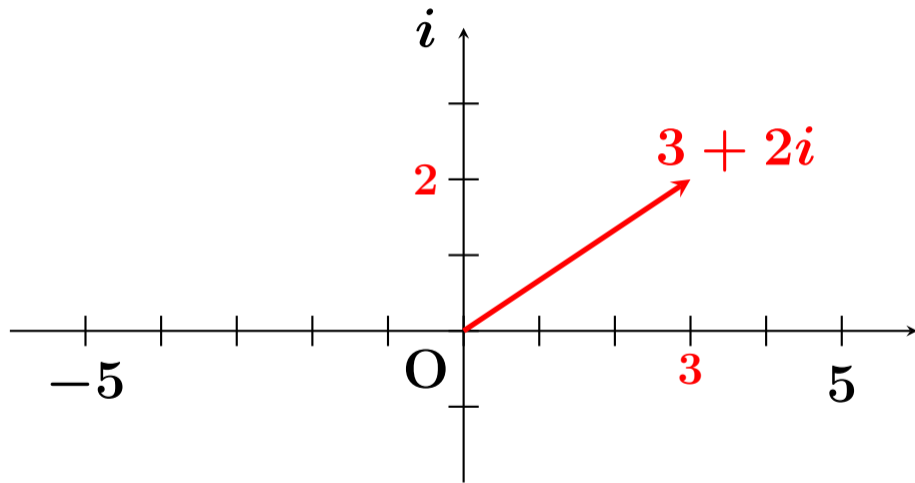
$$e = 2.7182\dots \quad \text{など}$$

# 実数は 1 次元

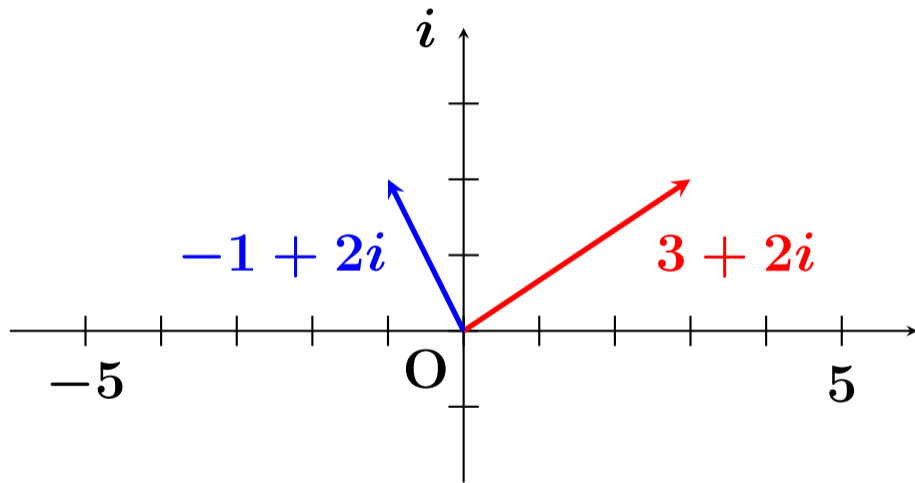


前進、後退しかできない列車と同じ (1 次元)  
(レールを外れることはできない)

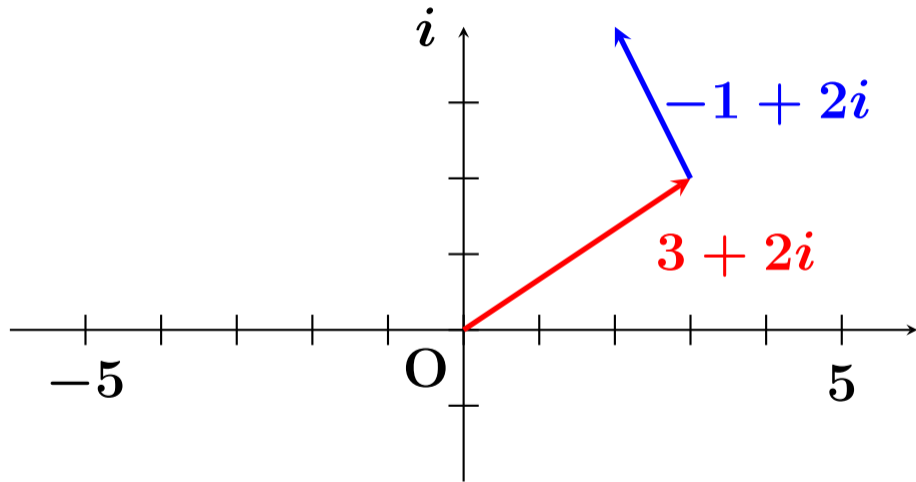
# 複素数は 2 次元



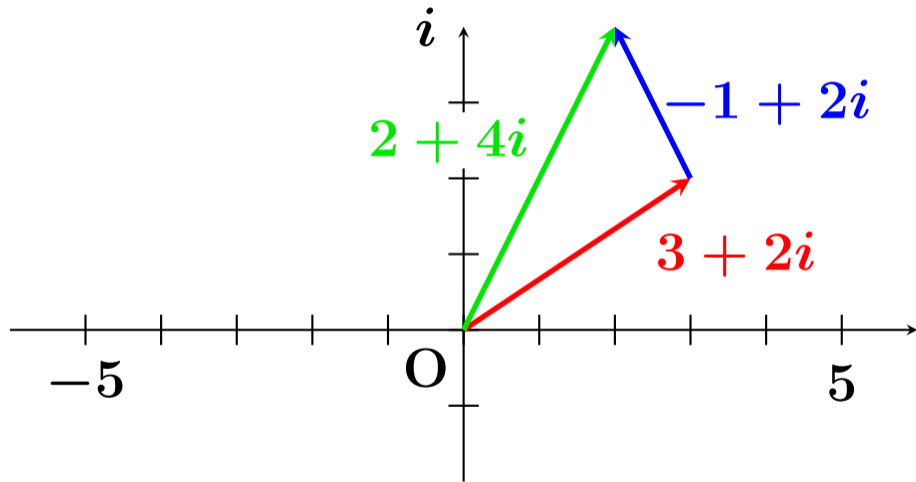
$(3 + 2i) + (-1 + 2i) = 2 + 4i$  の意味



$(3 + 2i) + (-1 + 2i) = 2 + 4i$  の意味



$(3 + 2i) + (-1 + 2i) = 2 + 4i$  の意味



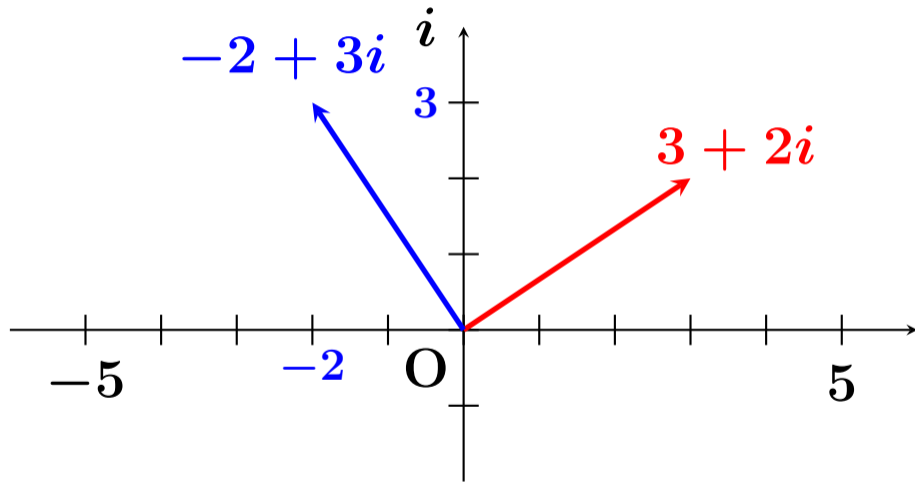


## $\times i$ の意味とは

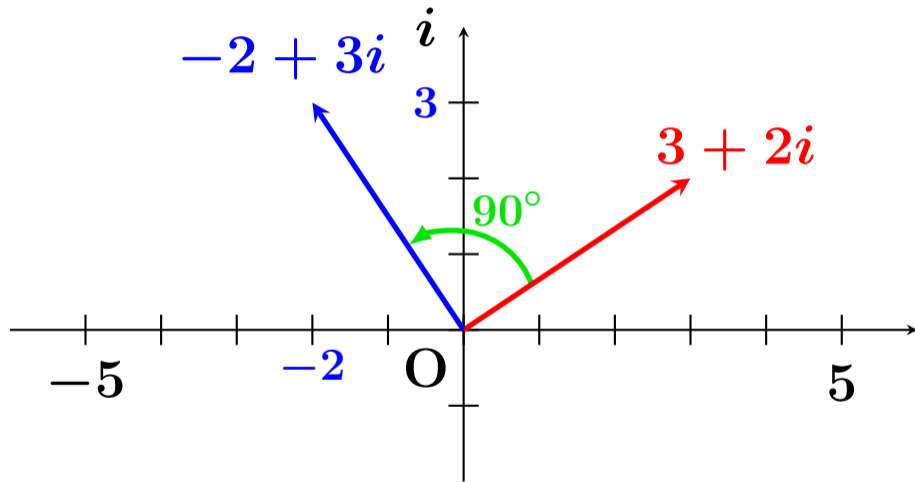
$i$  をかけ算するということは

$$\begin{aligned}i(3 + 2i) &= 3i + 2i^2 \\ &= 3i + 2 \times (-1) \\ &= 3i - 2 \\ &= -2 + 3i\end{aligned}$$

# $\times i$ の意味とは



# $\times i$ の意味とは



## $\times i$ の意味とは

つまり  $i$  をかけ算するということは、複素数平面上で  $90^\circ$  回転させるということの意味している。

## $\times i$ の意味とは

つまり  $i$  をかけ算するということは、複素数平面上で **90° 回転させる** ということの意味している。

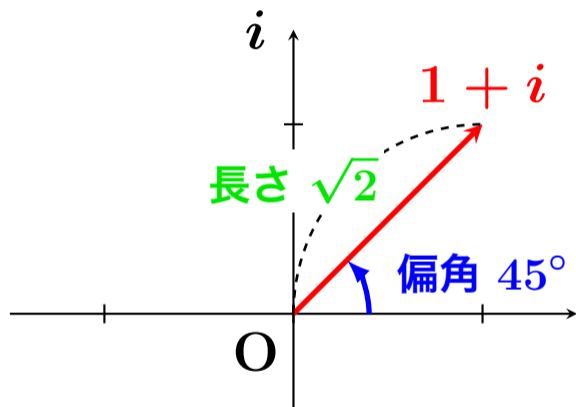
前進・後退しかできない列車から、前進・後退・左折・右折できる自動車になったようなもので、自由度が UP します。

## $\times(1+i)$ の意味とは

じゃあ  $\times(1+i)$  はどういうこと？

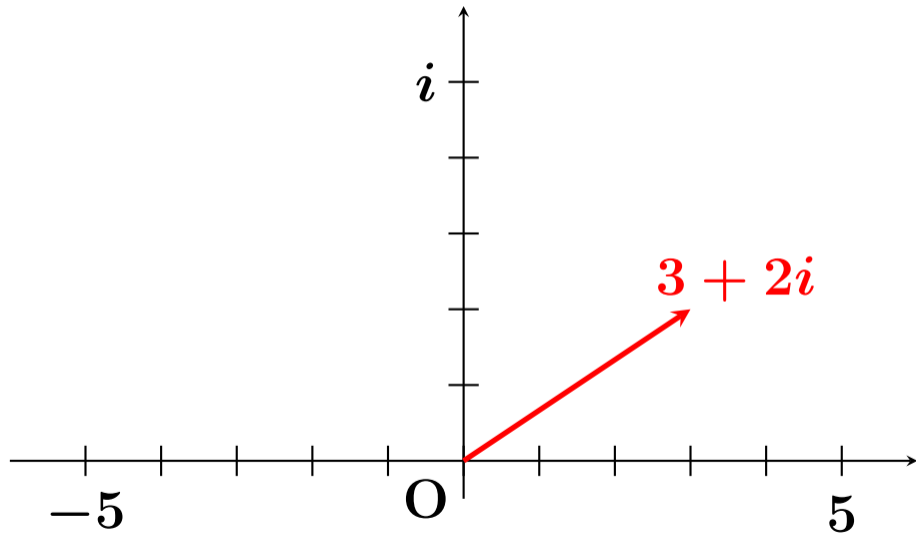
$$\begin{aligned}(3+2i)(1+i) &= 3 + 3i + 2i + 2i^2 \\ &= 3 + 5i + 2 \times (-1) \\ &= 3 + 5i - 2 \\ &= 1 + 5i\end{aligned}$$

# $\times(1+i)$ の意味とは



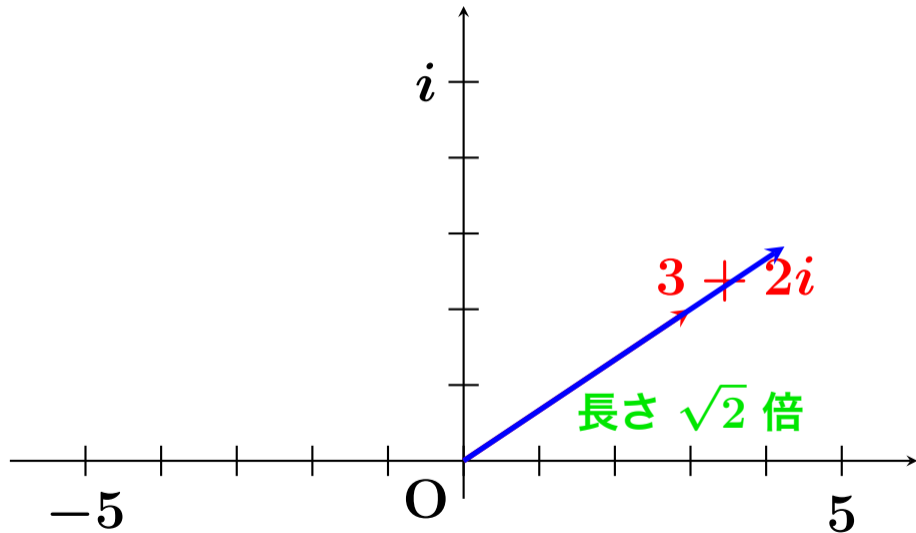
長さを  $\sqrt{2}$  倍して  
 $45^\circ$  回転させる

# $(3 + 2i)(1 + i)$ の意味とは

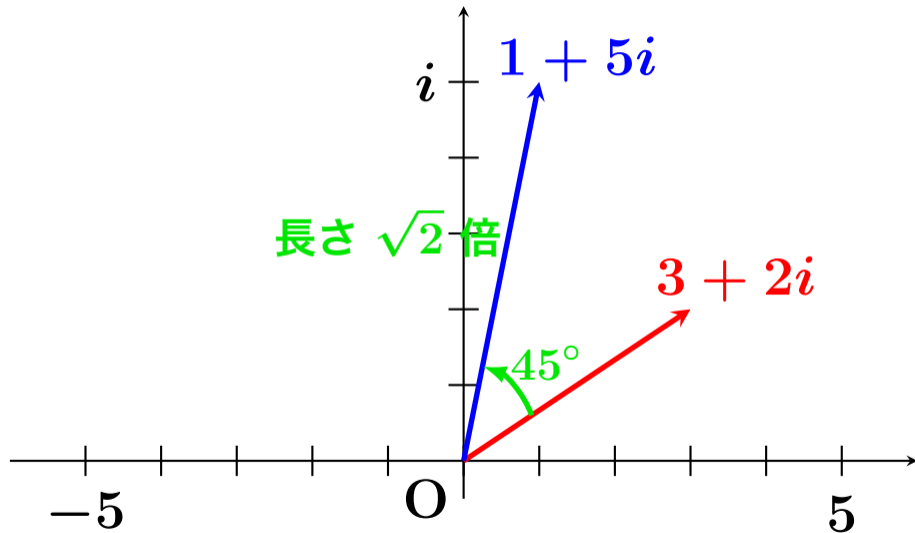




# $(3 + 2i)(1 + i)$ の意味とは



# $(3 + 2i)(1 + i)$ の意味とは



## 工学部・理学部では複素数が重要

電気・電子工学、電磁波や物理分野では、複素数の概念が重要になってくるので、そうした分野に就職したい人はきちんと理解しておく必要があります。

## 数をもっと拡張すると…

$5 + 2i + 7j + 4k$  のように表される<sup>しげんすう</sup>四元数  
(クォータニオン) というものもあります。3D グ  
ラフィクスやゲームプログラミングで利用され  
ます。

[STAND BY ME ドラえもん] 3DCG メイキング (YouTube)

『シン・ゴジラ』白組による CG メイキング映像 (YouTube)

## 数をもっと拡張すると…

自動車から飛行機に進化したようなもので、前進・後退・左折・右折に加えて上昇・下降ができるようになります。

つまり実数は1次元、複素数は2次元で、四元数は3次元です。製作スタッフが四元数を扱うことはありませんが、使用しているソフト 3ds Max の中では四元数が活躍しているのです。

## まだまだ拡張するぞ…

さらに拡張すると**八元数**、**十六元数**なんてものもあるそうです。

素粒子物理学、超弦理論で使われるらしいので、将来ノーベル賞を取りたい人は調べてみると良いでしょう。