方程式を解く

$$x + 5 = 8$$

方程式を解く

$$
\begin{aligned}
x+5 &= 8 \\
x &= 8-5
\end{aligned}
$$

方程式を解く

$$
\begin{aligned}
x+5 &= 8 \\
x &= 8-5 \\
x &= 3 \quad \boxed{\text{答}}
\end{aligned}
$$

自然数 $1, 2, 3, 4, \cdots\cdots$ が使われ始めた？
（20 万年前の人類誕生の頃？）

自然数（ $1, 2, 3, 4, \cdots\cdots$ ）だけだと

$$x + 7 = 3$$

自然数（ $1, 2, 3, 4, \cdots\cdots$ ）だけだと

$$x + 7 = 3$$

$$x = \text{答えなし}$$

自然数（ $1, 2, 3, 4, \cdots\cdots$ ）だけだと

$$x + 7 = 3$$

$x =$ 答えなしでは困るので

自然数（$1, 2, 3, 4, \cdots\cdots$）だけだと

$$x + 7 = 3$$

$$x = \text{答えなし}$$ では困るので

$$x = 3 - 7$$

自然数（ $1, 2, 3, 4, \cdots\cdots$ ）だけだと

$$x + 7 = 3$$

$$x = \text{答えなしでは困るので}$$

$$x = 3 - 7$$

$$x = -4 \ \boxed{\text{答}}$$

自然数（ $1, 2, 3, 4, \cdots\cdots$ ）だけだと

$$
\begin{aligned}
x+7 &= 3 \\
x &= \text{答えなし}\text{では困るので} \\
x &= 3-7 \\
x &= -4 \ \boxed{\text{答}}
\end{aligned}
$$

マイナスの数字を考え出した
（7 世紀頃のインド）

自然数（ $1, 2, 3, 4, \cdots\cdots$ ）だけだと

$$x + 6 = 6$$

自然数（$1, 2, 3, 4, \cdots\cdots$）だけだと

$$
\begin{aligned}
x+6 &= 6 \\
x &= \text{答えなし}
\end{aligned}
$$

自然数（ $1, 2, 3, 4, \cdots\cdots$ ）だけだと

$$x + 6 = 6$$

$x =$ 答えなしでは困るので

自然数（ $1, 2, 3, 4, \cdots\cdots$ ）だけだと

$$
\begin{aligned}
x+6 &= 6 \\
x &= \text{答えなしでは困るので} \\
x &= 6-6
\end{aligned}
$$

自然数（ $1, 2, 3, 4, \cdots\cdots$ ）だけだと

$$
\begin{aligned}
x+6 &= 6 \\
x &= \text{答えなしでは困るので} \\
x &= 6-6 \\
x &= 0 \quad \boxed{\text{答}}
\end{aligned}
$$

自然数（ $1, 2, 3, 4, \cdots\cdots$ ）だけだと

$$
\begin{aligned}
x+6 &= 6 \\
x &= \text{答えなし}\text{では困るので} \\
x &= 6-6 \\
x &= 0 \quad \boxed{\text{答}}
\end{aligned}
$$

0 を考え出した（7 世紀頃のインド）

整数（ $\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, \cdots$ ）だけだと

$$2x = 3$$

整数（$\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, \cdots$）だけだと

$$
\begin{aligned}
2x &= 3 \\
x &= \text{答えなし}
\end{aligned}
$$

整数（$\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, \cdots$）だけだと

$$
\begin{aligned}
2x &= 3 \\
x &= \text{答えなし}
\end{aligned}
$$

では困るので

整数（$\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, \cdots$）だけだと

$$2x = 3$$

$$x = \text{答えなし}$$

では困るので

$$\frac{2x}{2} = \frac{3}{2}$$

整数（$\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, \cdots$）だけだと

$$2x = 3$$

$$x =$$ 答えなしでは困るので

$$\frac{2x}{2} = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{3}{2}$$ 答　(1.5 でも OK)

整数（ $\cdots, -2, -1, 0, 1, 2, \cdots$ ）だけだと

$$2x = 3$$

$$x = \text{答えなしでは困るので}$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{3}{2} \ \boxed{\text{答}} \quad (1.5 \text{ でも OK})$$

有理数（分数や小数）を考え出した

有理数（$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{7}$, 0.3, 9.7 など）だけだと

$$x^2 = 5$$

有理数（$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{7}$, 0.3, 9.7 など）だけだと

$$x^2 = 5$$

$$x = \text{答えなし}$$

有理数（$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{7}$, 0.3, 9.7 など）だけだと

$$x^2 = 5$$

$x =$ 答えなしでは困るので

有理数（$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{7}$, 0.3, 9.7 など）だけだと

$$x^2 = 5$$

$x =$ 答えなしでは困るので

$$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{5}$$

有理数（$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{7}$, 0.3, 9.7 など）だけだと

$$x^2 = 5$$

$x =$ 答えなしでは困るので

$$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{5}$$

$$x = \pm\sqrt{5} \quad \boxed{\text{答}}$$

有理数（$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{7}$, 0.3, 9.7 など）だけだと

$$x^2 = 5$$

$x =$ 答えなしでは困るので

$$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{5}$$

$$x = \pm\sqrt{5} \quad \boxed{答}$$

ルートの数字 $\sqrt{2}, \sqrt{5}$ や

$\pi = 3.14\cdots\cdots$ を考え出した（無理数）

ピタゴラスの「三平方の定理」$a^2+b^2=c^2$

$2+3=$ 結婚 ,　$\sqrt{2}=$ 抹殺…!?

悪魔の数学カルト組織「ピタゴラス教団」の狂気!! web

第 16 話 ピタゴラス弟子殺害事件 無理数 web

実数（＝有理数＋無理数）だけだと

$$x^2 = -2$$

実数（＝有理数＋無理数）だけだと

$$x^2 = -2$$

$$x = \text{答えなし}$$

実数（＝有理数＋無理数）だけだと

$$x^2 = -2$$

$x =$ 答えなしでは困るので

実数（＝有理数＋無理数）だけだと

$$x^2 = -2$$

$x =$ 答えなしでは困るので

$$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{-2}$$

実数（＝有理数＋無理数）だけだと

$$x^2 = -2$$

$x =$ 答えなしでは困るので

$$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{-2}$$

$$x = \pm\sqrt{2}\,i \quad \boxed{\text{答}}$$

実数（＝有理数＋無理数）だけだと

$$x^2 = -2$$

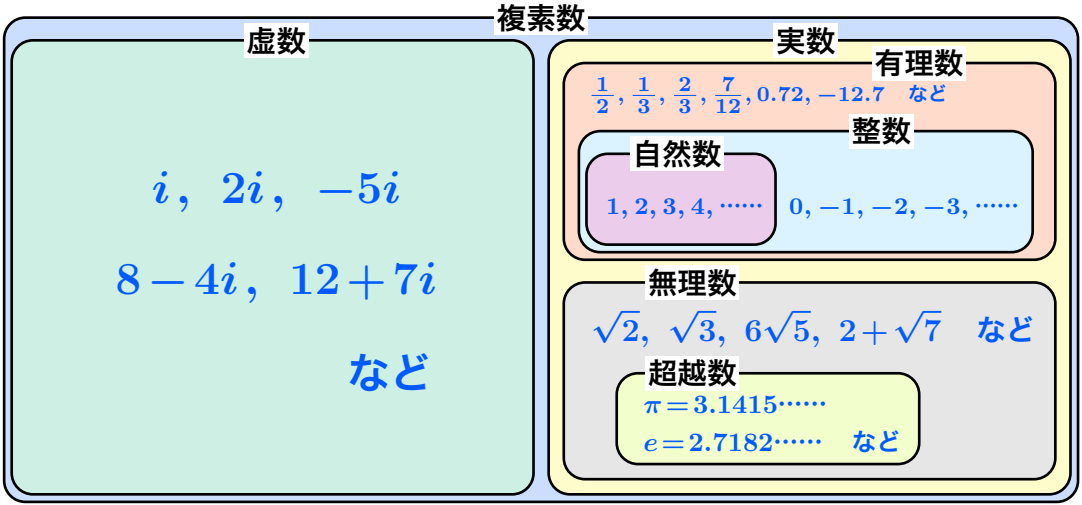
$x =$ 答えなしでは困るので

$$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{-2}$$

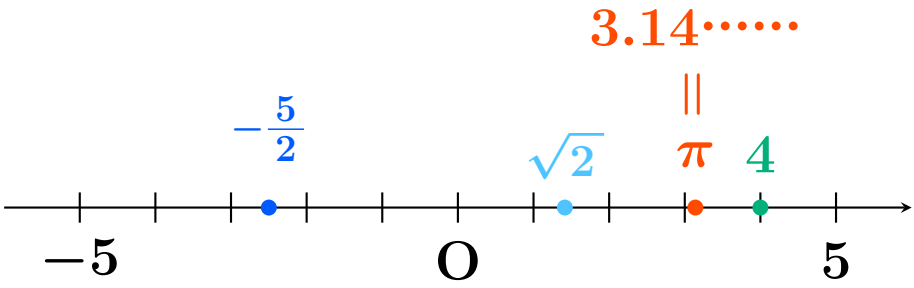
$$x = \pm\sqrt{2}\,i \quad \boxed{\text{答}}$$

$i^2 = -1$ となる数字を考えだした
虚数 (imaginary number)

数の世界

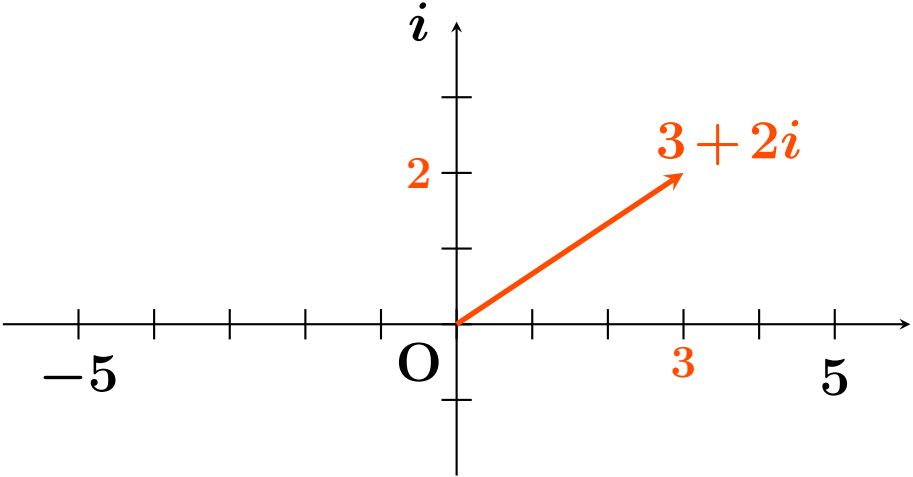

複素数
虚数
i, $2i$, $-5i$
$8-4i$, $12+7i$
など
実数
有理数
$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{12}$, 0.72, -12.7 など
整数
自然数
$1, 2, 3, 4, \cdots\cdots$
$0, -1, -2, -3, \cdots\cdots$
無理数
$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $6\sqrt{5}$, $2+\sqrt{7}$ など
超越数
$\pi = 3.1415\cdots\cdots$
$e = 2.7182\cdots\cdots$ など

実数は 1 次元

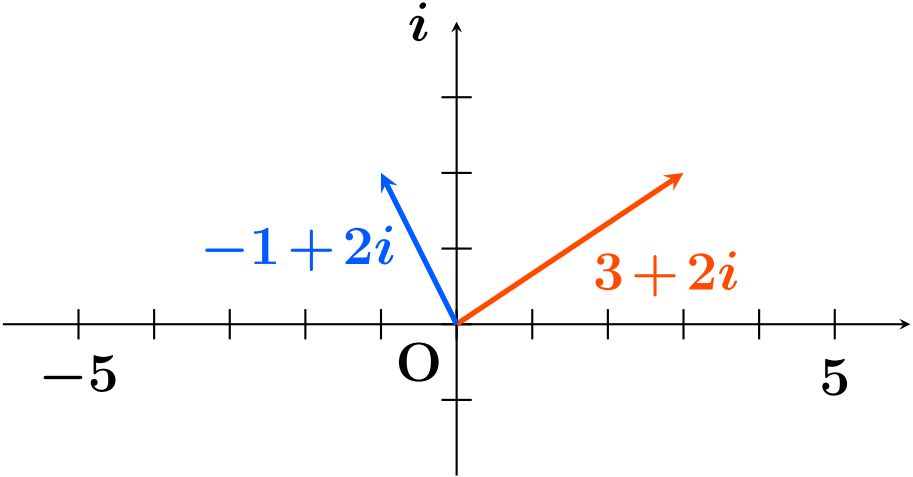


前進、後退しかできない列車と同じ（1 次元）
（レールを外れることはできない）

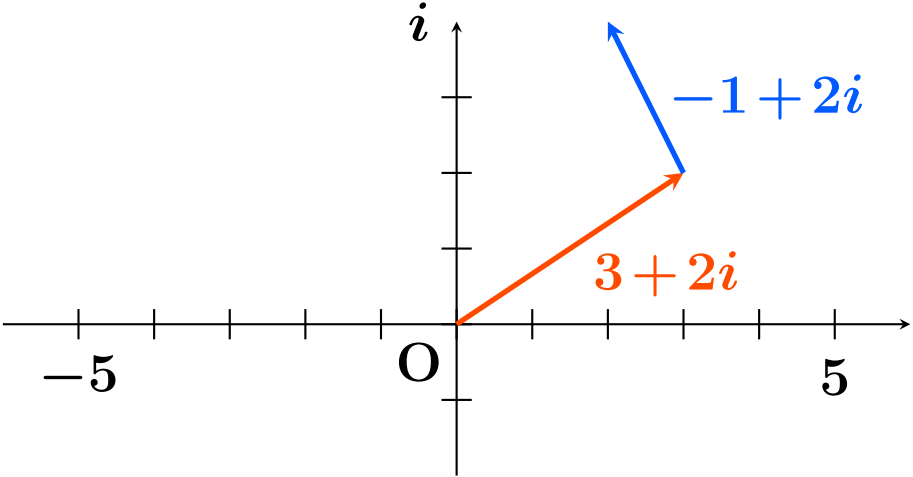
複素数は 2 次元



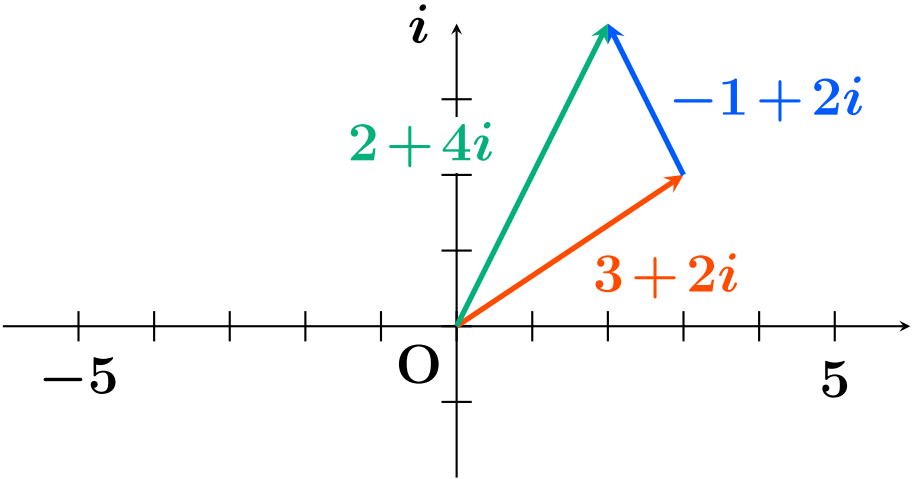
$(3+2i)+(-1+2i)=2+4i$ の意味



$(3+2i)+(-1+2i)=2+4i$ の意味



$(3+2i)+(-1+2i)=2+4i$ の意味

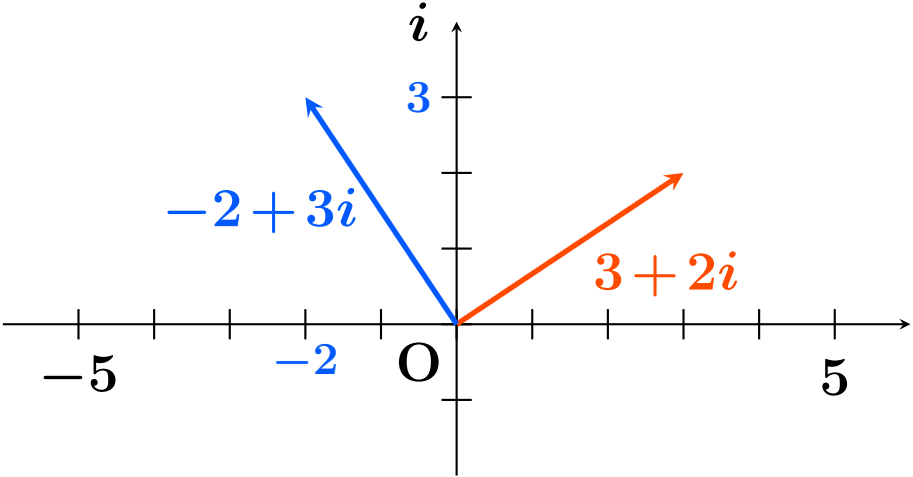


$\times i$ の意味とは

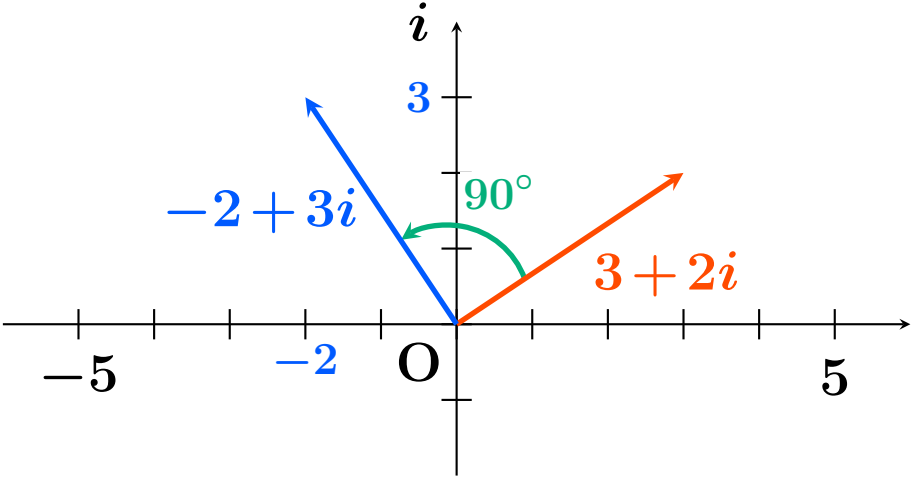
i をかけ算するということは

$$
\begin{aligned}
i\,(3+2i) &= 3i+\quad 2\,i^2 \\
&= 3i+2\times(-1) \\
&= 3i\quad -2 \\
&= -2+3i
\end{aligned}
$$

$\times i$ の意味とは



$\times i$ の意味とは



$\times i$ の意味とは

つまり i をかけ算するということは、複素数平面上で 90° 回転させるということを意味している。

$\times i$ の意味とは

つまり i をかけ算するということは、複素数平面上で 90° 回転させるということを意味している。

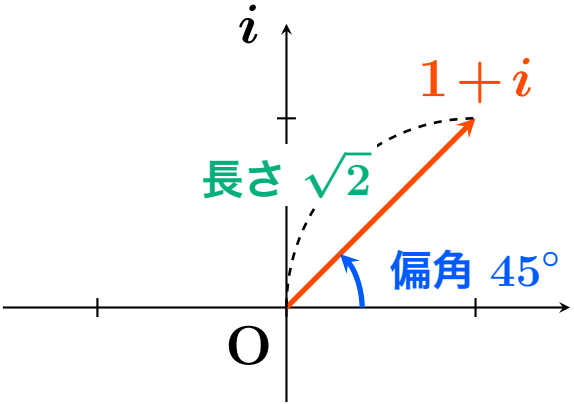
前進・後退しかできない列車から、前進・後退・左折・右折できる自動車になったようなもので、自由度が UP します。

$\times(1+i)$ の意味とは

じゃあ $\times(1+i)$ はどういうこと？

$$
\begin{aligned}
(3+2i)(1+i) &= 3+3i+2i+2i^2 \\
&= 3+\quad 5i\quad +2\times(-1) \\
&= 3+\quad 5i\qquad\quad -2 \\
&= 1+5i
\end{aligned}
$$

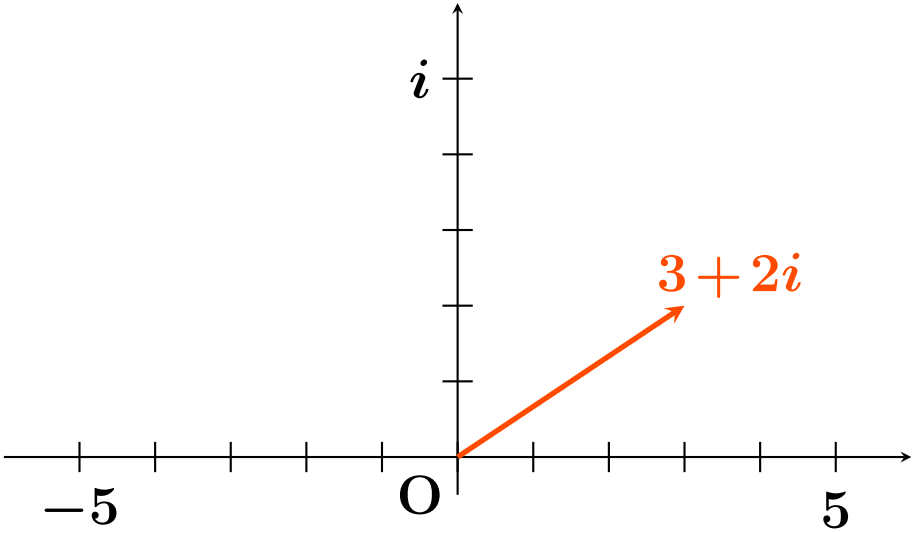
$\times(1+i)$ の意味とは



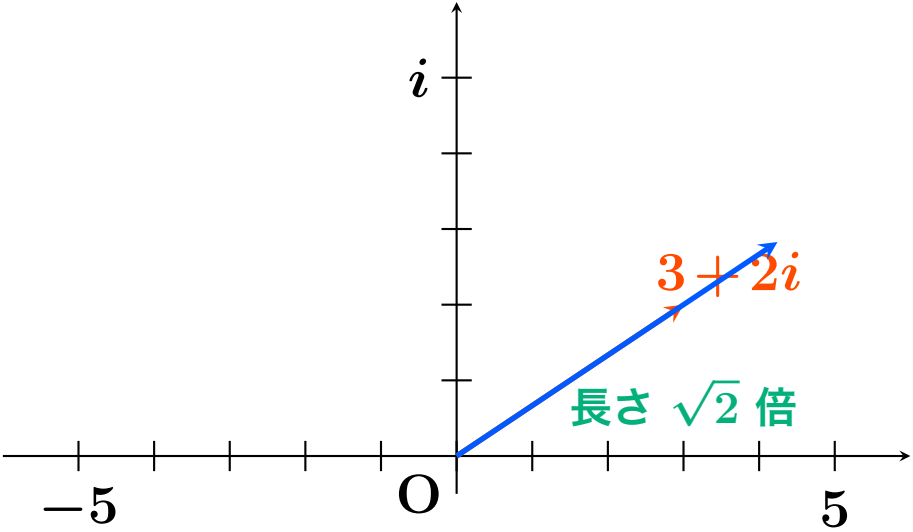
長さを $\sqrt{2}$ 倍して

45° 回転させる

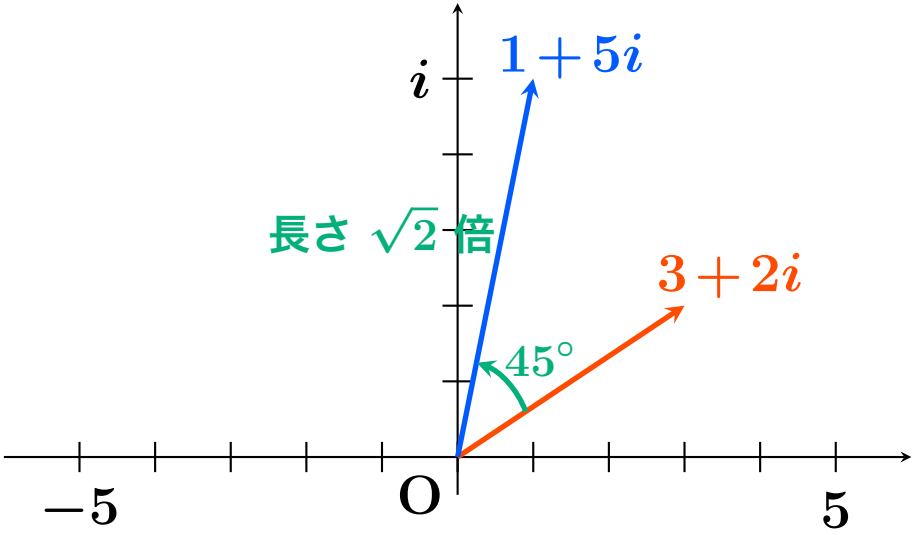
$(3+2i)(1+i)$ の意味とは



$(3+2i)(1+i)$ の意味とは



$(3+2i)(1+i)$ の意味とは



工学部・理学部では複素数が重要

電気・電子工学、電磁波や物理分野では、複素数の概念が重要になってくるので、そうした分野に就職したい人はきちんと理解しておく必要があります。

数をもっと拡張すると…

$5+2i+7j+4k$ のように表される四元数（しげんすう）（クォータニオン）というものもあります。

3D グラフィクスやゲームプログラミングで利用されます。

［STAND BY ME ドラえもん］3DCG メイキング (YouTube)

『シン・ゴジラ』白組による CG メイキング映像 (YouTube)

四元数は 3 次元の回転が得意

実数は 1 次元の数で、
複素数は 2 次元の数で、
四元数は 3 次元の回転を効率よく計算できる数です（3 次元の数はうまく定義することはできないようです）

製作スタッフが使用しているソフトウェア 3ds Max の中では四元数が活躍している ▸web のです。

まだまだ拡張するぞ…

さらに拡張すると八元数 web、十六元数 web なんてものもあるそうです。

素粒子物理学、超弦理論で使われるらしいので、将来ノーベル賞を取りたい人は調べてみると良いでしょう。

参考 URL

ゲーム会社では四元数の学習が必要なようです。

https://techblog.sega.jp/entry/2021/06/15/100000 web