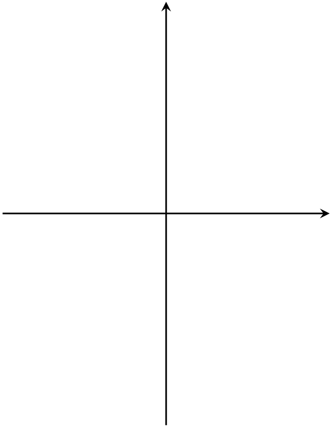
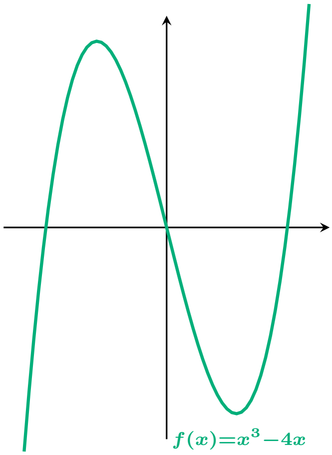
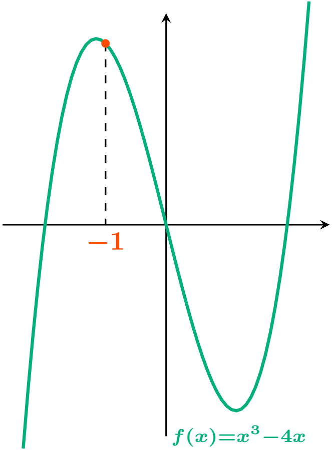
$f(x) = x^3 - 4x$ と $x = -1$ での接線に囲まれた面積



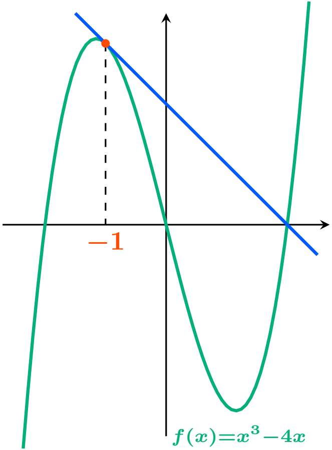
$f(x) = x^3 - 4x$ と $x = -1$ での接線に囲まれた面積



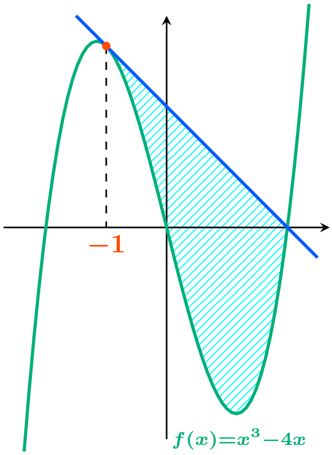
$f(x)=x^3-4x$ と $x=-1$ での接線に囲まれた面積



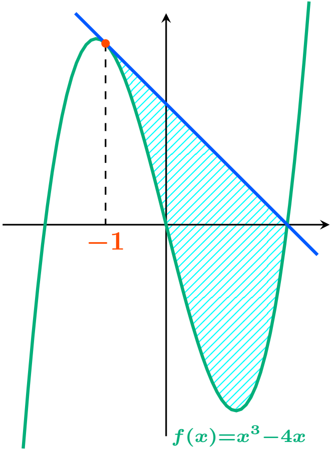
$f(x)=x^3-4x$ と $x=-1$ での接線に囲まれた面積



$f(x)=x^3-4x$ と $x=-1$ での接線に囲まれた面積



$f(x)=x^3-4x$ と $x=-1$ での接線に囲まれた面積

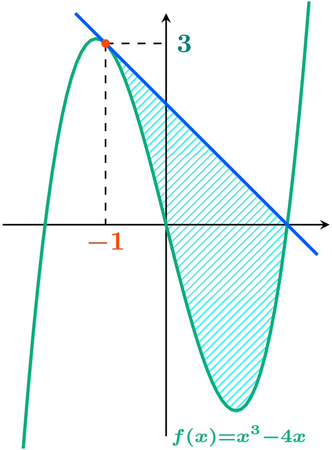


$x=-1$ のとき

$f(-1)=(-1)^3-4\times(-1)=3$

より、接線は $(-1,3)$ を通る

$f(x)=x^3-4x$ と $x=-1$ での接線に囲まれた面積

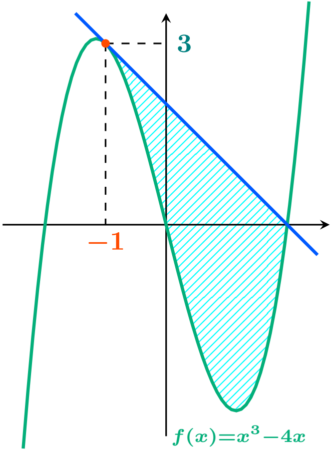


$x=-1$ のとき

$f(-1)=(-1)^3-4\times(-1)=3$

より、接線は $(-1,3)$ を通る

$f(x) = x^3 - 4x$ と $x = -1$ での接線に囲まれた面積

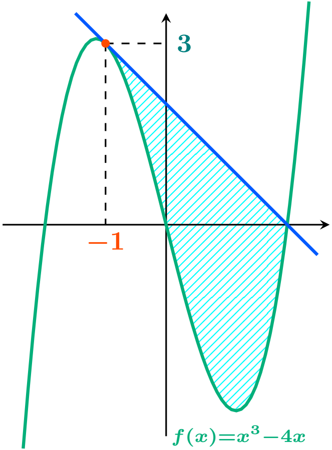


次に $f'(x) = 3x^2 - 4$ なので

$f'(-1) = 3\times(-1)^2-4 = -1$

より、接線の傾きは -1 になる

$f(x)=x^3-4x$ と $x=-1$ での接線に囲まれた面積



$(-1, 3)$ を通り、傾き -1 の直線の式は、次の公式に代入して

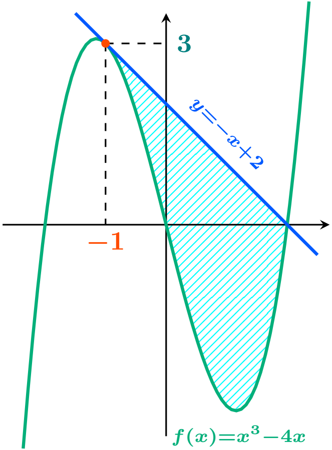
$$y - \underset{y\text{ 座標}}{\text{通る点の}} = \text{傾き}\left(x - \underset{x\text{ 座標}}{\text{通る点の}}\right)$$

$$y-3=-1\,(x-(-1))$$

$$y-3=-x-1$$

$$y=-x+2$$

$f(x)=x^3-4x$ と $x=-1$ での接線に囲まれた面積



$(-1, 3)$ を通り、傾き -1 の直線の式は、次の公式に代入して

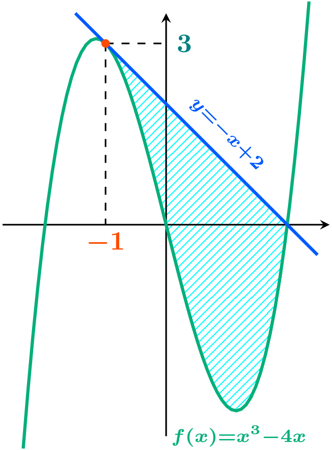
$$y - \underset{y\text{座標}}{\text{通る点の}} = \text{傾き}\left(x - \underset{x\text{座標}}{\text{通る点の}}\right)$$

$$y-3=-1(x-(-1))$$

$$y-3=-x-1$$

$$y=-x+2$$

$f(x)=x^3-4x$ と $x=-1$ での接線に囲まれた面積

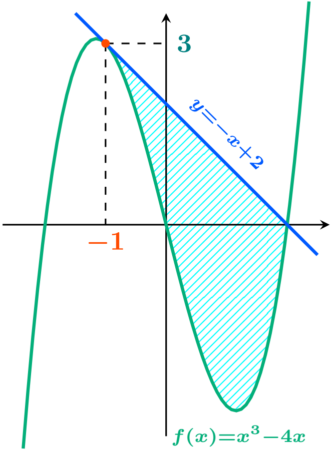


だから接線と $f(x)$ との交点の x 座標は、連立方程式を解いて

$$x^3-4x=-x+2$$

$$x^3-3x-2=0$$

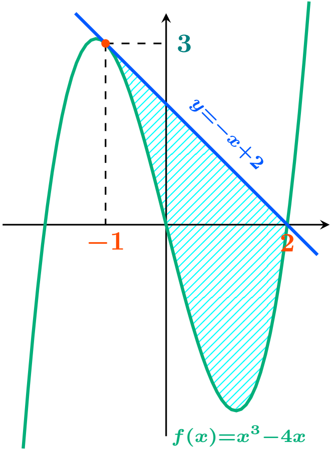
$f(x) = x^3 - 4x$ と $x = -1$ での接線に囲まれた面積



$x = -1$ で接するということは
$(x+1)^2$ で割り切れるから

$$x^3 - 3x - 2 = 0$$
$$(x+1)^2(x-2) = 0$$
$$x = -1,\ 2$$

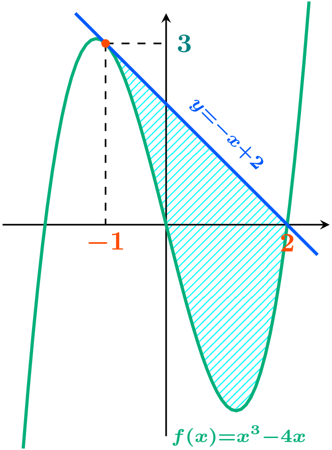
$f(x) = x^3 - 4x$ と $x = -1$ での接線に囲まれた面積



$x = -1$ で接するということは
$(x+1)^2$ で割り切れるから

$$x^3 - 3x - 2 = 0$$
$$(x+1)^2(x-2) = 0$$
$$x = -1,\ 2$$

$f(x) = x^3 - 4x$ と $x = -1$ での接線に囲まれた面積



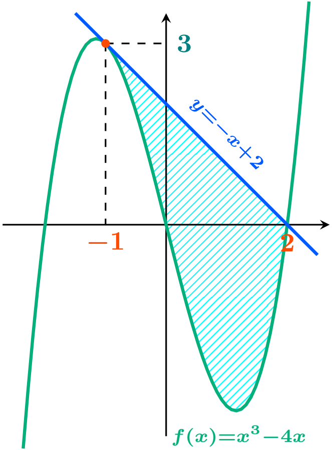
$x = -1$ で接するということは

$(x+1)^2$ で割り切れるから

$$\begin{aligned} x^3 - 3x - 2 &= 0 \\ (x+1)^2(x-2) &= 0 \\ x &= -1,\ 2 \end{aligned}$$

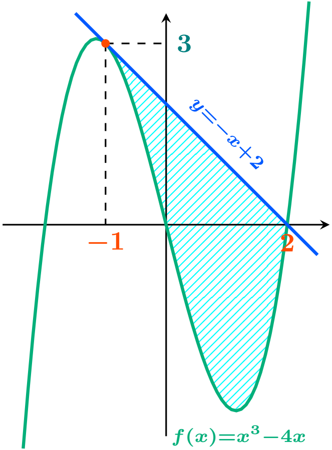
よって囲まれる面積は

$f(x)=x^3-4x$ と $x=-1$ での接線に囲まれた面積



$$\int_{範囲の下}^{範囲の上}(上の式-下の式)dx$$

$f(x)=x^3-4x$ と $x=-1$ での接線に囲まれた面積



$$\int_{範囲の下}^{範囲の上}(上の式-下の式)dx$$

$$=\int_{-1}^{2}\Big((-x+2)$$

$$-(x^3-4x)\Big)dx$$

$f(x)=x^3-4x$ と $x=-1$ での接線に囲まれた面積

$$\int_{-1}^{2}\Big((-x+2)-(x^3-4x)\Big)\,dx$$

$$=\int_{-1}^{2}\Big(-x^3+3x+2\Big)\,dx$$

$$=\left[-\frac{1}{4}x^4+\frac{3}{2}x^2+2x\right]_{-1}^{2}$$

$f(x)=x^3-4x$ と $x=-1$ での接線に囲まれた面積

$$= \left[-\frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{2}x^2 + 2x \right]_{-1}^{2}$$

$$= \left(-\frac{1}{4} \times 2^4 + \frac{3}{2} \times 2^2 + 2 \times 2 \right)$$

$$- \left(-\frac{1}{4} \times (-1)^4 + \frac{3}{2} \times (-1)^2 + 2 \times (-1) \right)$$

$f(x)=x^3-4x$ と $x=-1$ での接線に囲まれた面積

$$
\begin{aligned}
&= \left(-\frac{1}{4}\times 2^4 + \frac{3}{2}\times 2^2 + 2\times 2\right) \\
&\quad - \left(-\frac{1}{4}\times(-1)^4 + \frac{3}{2}\times(-1)^2 + 2\times(-1)\right) \\
&= (-4+6+4) - \left(-\frac{1}{4}+\frac{3}{2}-2\right)
\end{aligned}
$$

$$= (-4+6+4) - \left(-\frac{1}{4} + \frac{3}{2} - 2\right)$$

$$= 6 + \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 2$$

$$= 8 + \frac{1}{4} - \frac{3}{2}$$

$f(x) = x^3 - 4x$ と $x = -1$ での接線に囲まれた面積

$$= 8 + \frac{1}{4} - \frac{3}{2}$$

$$= \frac{32}{4} + \frac{1}{4} - \frac{6}{4}$$

$$= \frac{27}{4}$$ $\boxed{\text{答}}$