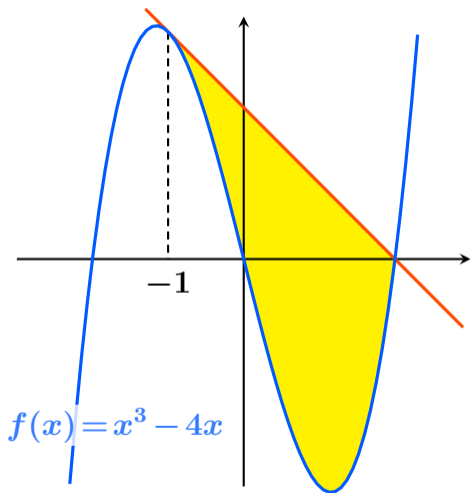


# 積分（関数と接線に囲まれた部分の面積？）



$f(x) = x^3 - 4x$  上の  
 $x = -1$  の点における接線と  
 $f(x) = x^3 - 4x$  に囲まれた  
部分の面積を求めなさい。

## (1) 接線が通る点を求める

まず  $x = -1$  のときの  $f(x) = x^3 - 4x$  の  $y$  座標を求める。

$x = -1$  を代入して

$$f(-1) = (-1)^3 - 4 \times (-1) = 3 \text{ より}$$

接線は  $(-1, 3)$  を通る

## (2) 接線の傾きを求める

次に、いま求めた点  $(-1, 3)$  での、接線の傾きを求める。

$f(x) = x^3 - 4x$  を微分すると  $f'(x) = 3x^2 - 4$  となるので、 $x = -1$  を代入すると

$$f'(-1) = 3 \times (-1)^2 - 4 = -1 \text{ となるから}$$

接線の傾きは  $-1$

### (3) 接線はこうなる

だから公式  
して

$$y - \begin{matrix} \text{通る点の} \\ y \text{ 座標} \end{matrix} = \text{傾き} \left( x - \begin{matrix} \text{通る点の} \\ x \text{ 座標} \end{matrix} \right) \text{ に代入}$$

$$y - 3 = -1(x - (-1))$$

$$y - 3 = -(x + 1)$$

$$y - 3 = -x - 1$$

$$y = -x + 2$$

## (4) $f(x)$ と接線

## の交点を求める

よって  $f(x) = x^3 - 4x$  と接線  $y = -x + 2$  との交点の  $x$  座標は

$$x^3 - 4x = -x + 2$$

を解けばよい。左辺にまとめると次の式になる。

$$x^3 - 3x - 2 = 0$$

## (4) $f(x)$ と接線の交点を求める

$x = -1$  で接するという事は  $(x + 1)^2$  で割り切れるはずである。

$$(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

だから、わり算すると

# わり算する

$$\begin{array}{r} x^2 + 2x + 1 \quad ) \quad x^3 \phantom{+ 2x^2 + x} - 3x - 2 \\ \underline{x^3 + 2x^2 + x} \phantom{- 2} \\ -2x^2 - 4x - 2 \\ \underline{-2x^2 - 4x - 2} \\ 0 \end{array}$$

## (4) $f(x)$ と接線

の交点を求める

よって交点の  $x$  座標は

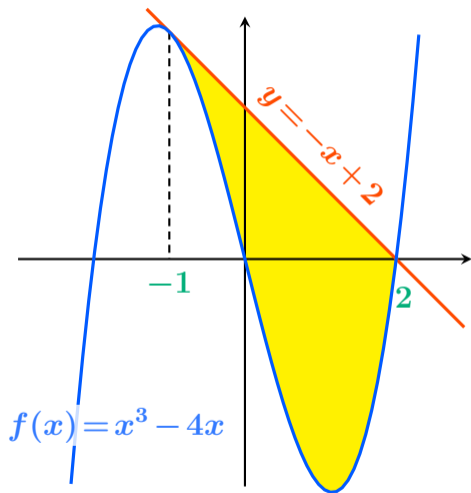
$$x^3 - 3x - 2 = 0$$

$$(x + 1)^2(x - 2) = 0$$

$$x = -1, 2 \quad \text{となる}$$



# こんな図になります



## (5) この式を計算すれば答だ！

積分する区間は  $-1$  から  $2$  までで、この区間では  $y = -x + 2$  が上で、 $f(x) = x^3 - 4x$  が下なので、  
公式

$$\int_{\text{範囲の下}}^{\text{範囲の上}} (\text{上の式} - \text{下の式}) dx$$

に当てはめて

(5) この式を計算すれば答だ！

$$\int_{-1}^2 \left( (-x + 2) - (x^3 - 4x) \right) dx$$

を計算すれば良い。

# ひたすら計算

$$\begin{aligned} & \int_{-1}^2 \left( (-x + 2) - (x^3 - 4x) \right) dx \\ &= \int_{-1}^2 \left( -x^3 + 3x + 2 \right) dx \\ &= \left[ -\frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{2}x^2 + 2x \right]_{-1}^2 \end{aligned}$$

# ひたすら計算

$$= \left[ -\frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{2}x^2 + 2x \right]_{-1}^2$$

$$= \left( -\frac{1}{4} \times 2^4 + \frac{3}{2} \times 2^2 + 2 \times 2 \right)$$

$$- \left( -\frac{1}{4} \times (-1)^4 + \frac{3}{2} \times (-1)^2 + 2 \times (-1) \right)$$

## ひたすら計算

$$\begin{aligned} &= \left( -\frac{1}{4} \times 2^4 + \frac{3}{2} \times 2^2 + 2 \times 2 \right) \\ &\quad - \left( -\frac{1}{4} \times (-1)^4 + \frac{3}{2} \times (-1)^2 + 2 \times (-1) \right) \\ &= \left( -4 + 6 + 4 \right) - \left( -\frac{1}{4} + \frac{3}{2} - 2 \right) \end{aligned}$$

# ひたすら計算

$$= (-4 + 6 + 4) - \left( -\frac{1}{4} + \frac{3}{2} - 2 \right)$$

$$= 6 + \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 2$$

$$= 8 + \frac{1}{4} - \frac{3}{2}$$

# これが答え

$$= 8 + \frac{1}{4} - \frac{3}{2}$$

$$= \frac{32}{4} + \frac{1}{4} - \frac{6}{4}$$

$$= \frac{27}{4} \quad \boxed{\text{答}}$$