

相加平均と相乗平均

相加平均と相乗平均

5 と 9 の平均は $\frac{5+9}{2} = \frac{14}{2} = 7$ です。

相加平均と相乗平均

5 と 9 の平均は $\frac{5+9}{2} = \frac{14}{2} = 7$ です。

平均という言葉が出てきた場合
普通はたし算の平均のことを指します。

相加平均と相乗平均

5 と 9 の平均は $\frac{5+9}{2} = \frac{14}{2} = 7$ です。

平均という言葉が出てきた場合
普通はたし算の平均のことを指します。

たし算の平均のことをそうかへいきん相加平均といいます。

相加平均と相乗平均

次に**かけ算の平均**を考えてみましょう。

相加平均と相乗平均

次に**かけ算の平均**を考えてみましょう。

$4 \times 9 = 36$ です。

相加平均と相乗平均

次に**かけ算の平均**を考えてみましょう。

$4 \times 9 = 36$ です。

$36 = 6 \times 6$ なので、かけ算の平均は 6 となります。
 $\sqrt{36} = 6$ を計算すればよいですね。

相加平均と相乗平均

次に**かけ算の平均**を考えてみましょう。

$4 \times 9 = 36$ です。

$36 = 6 \times 6$ なので、かけ算の平均は 6 となります。
 $\sqrt{36} = 6$ を計算すればよいですね。

かけ算の平均のことを**相乗平均**^{そうじょうへいきん}といいます。

相加平均と相乗平均

まとめると

相加平均は $\frac{a+b}{2}$ で

たし算は加法といい

相乗平均は \sqrt{ab} です。

かけ算は乗法という。

相加平均と相乗平均

相加平均と相乗平均は、次の大小関係が成り立ちます。

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

(ただし $a > 0$, $b > 0$)

$\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$ となるのは $a = b$ のときだ！

例題を解いてみよう

$a > 0$ のとき $a + \frac{9}{a} \geq 6$ を証明しなさい。

また等号が成り立つときの a の値を求めなさい。

例題を解いてみよう

$a > 0$ のとき $a + \frac{9}{a} \geq 6$ を証明しなさい。

また等号が成り立つときの a の値を求めなさい。

不等号の証明問題は「相加相乗平均かも？」
と思った方がよい。

※ 特に $a > 0$ のような条件のときは…

例題を解いてみよう

問題文に $a > 0$ と書かれている。

$a > 0$ なら $\frac{9}{a} > 0$ になるから

相加相乗平均の公式に入れてみるか…

例題を解いてみよう

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

b のところに $\frac{9}{a}$ を入れると

例題を解いてみよう

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

b のところに $\frac{9}{a}$ を入れると

$$\frac{a + \frac{9}{a}}{2} \geq \sqrt{a \times \frac{9}{a}}$$

例題を解いてみよう

$$\frac{a + \frac{9}{a}}{2} \geq \sqrt{a \times \frac{9}{a}}$$

$$\frac{a + \frac{9}{a}}{2} \geq \sqrt{9}$$

$$\frac{a + \frac{9}{a}}{2} \geq 3 \quad \leftarrow \text{あとで使う}$$

例題を解いてみよう

$$\frac{a + \frac{9}{a}}{2} \geq 3$$

$$2 \times \frac{a + \frac{9}{a}}{2} \geq 3 \times 2$$

$$a + \frac{9}{a} \geq 6 \quad \text{【証明終わり】}$$

相加相乗平均の公式

次に、等号の成り立つ a の値を求めよう。

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

(ただし $a > 0$, $b > 0$)

$\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$ となるのは $a = b$ のときだから

例題を解いてみよう

さきほどの計算途中の式の

$$\frac{a + \frac{9}{a}}{2} \geq 3$$

に注目すると $a = \frac{9}{a}$ のときだ。
これを計算すると

例題を解いてみよう

$$a = \frac{9}{a}$$

$$a \times a = \frac{9}{a} \times a$$

$$a^2 = 9$$

$$a = \pm 3$$

$a > 0$ だから

← 問題文にこう書かれていました

$$a = 3 \quad \boxed{\text{答}}$$