等式の証明（パターンその 1）

問題　●　＝　▲ を証明しなさい。

等式の証明（パターンその 1）

問題　● ＝ ▲ を証明しなさい。

解答　● ＝ … 計算すると … ＝ ★　一旦停止

▲ ＝ … 計算すると … ＝ ★　一旦停止

等式の証明（パターンその 1）

問題　●　＝　▲　を証明しなさい。

解答　●　＝　… 計算すると …　＝　★　一旦停止

▲　＝　… 計算すると …　＝　★　一旦停止

計算するとどちらも同じ式★になるので

●　＝　▲　が成り立つ。

$(x+y)^2+(x-y)^2 = 2(x^2+y^2)$ を証明せよ

$(x+y)^2+(x-y)^2=2(x^2+y^2)$ を証明せよ

左辺 $= (x+y)^2 + (x-y)^2$

$(x+y)^2+(x-y)^2=2(x^2+y^2)$ を証明せよ

$$\text{左辺} = (x+y)^2 + (x-y)^2$$
$$= x^2+2xy+y^2+x^2-2xy+y^2$$
$$= 2x^2+2y^2$$

一旦停止

$(x+y)^2+(x-y)^2=2(x^2+y^2)$ を証明せよ

左辺 $= (x+y)^2 + (x-y)^2$

$= x^2+2xy+y^2+x^2-2xy+y^2$

$= 2x^2+2y^2$ 一旦停止

右辺 $= 2(x^2+y^2) = 2x^2+2y^2$ 一旦停止

$(x+y)^2+(x-y)^2=2(x^2+y^2)$ を証明せよ

左辺 $=(x+y)^2+(x-y)^2$

$=x^2+2xy+y^2+x^2-2xy+y^2$

$=2x^2+2y^2$ 一旦停止

右辺 $=2(x^2+y^2)=2x^2+2y^2$ 一旦停止

よって $(x+y)^2+(x-y)^2=2(x^2+y^2)$ が成り立つ。

等式の証明（パターンその 2）

問題　■ のとき ● ＝ ▲ を証明しなさい。

等式の証明（パターンその 2）

問題　■ のとき ● ＝ ▲ を証明しなさい。

解答　■を●に代入すると★になる。 一旦停止

■を▲に代入すると★になる。 一旦停止

どちらも同じ式★になるので

● ＝ ▲ が成り立つ。

$a-b=-2$ のとき $a^2+3b=b^2-a+2$ を証明せよ

$a-b=-2$ のとき $a^2+3b=b^2-a+2$ を証明せよ

$a=b-2$ となるので左辺に代入すると

$$
\begin{aligned}
\text{左辺} &= a^2+3b \\
&= (b-2)^2+3b \\
&= b^2-4b+4+3b \\
&= b^2-b+4
\end{aligned}
$$

一旦停止

$a-b=-2$ のとき $a^2+3b=b^2-a+2$ を証明せよ

次に $a=b-2$ を右辺に代入すると

$$
\begin{aligned}
\text{右辺} &= b^2-a+2 \\
&= b^2-(b-2)+2 \\
&= b^2-b+2+2 \\
&= b^2-b+4
\end{aligned}
$$

一旦停止

代入して計算すると左辺も右辺も同じ式
b^2-b+4 になるので

$a^2+3b=b^2-a+2$ が成り立つ。

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ のとき $\frac{b}{a+b}=\frac{d}{c+d}$ を証明せよ

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ のとき $\frac{b}{a+b}=\frac{d}{c+d}$ を証明せよ

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k$ とおくと

$$\frac{a}{b}=k$$

$$b\times\frac{a}{b}=k\times b$$

$$a=kb$$

一旦停止

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ のとき $\frac{b}{a+b} = \frac{d}{c+d}$ を証明せよ

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ とおくと

$$\frac{c}{d} = k$$

$$d \times \frac{c}{d} = k \times d$$

$$c = kd$$

一旦停止

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ のとき $\dfrac{b}{a+b} = \dfrac{d}{c+d}$ を証明せよ

$a = kb$ を左辺に代入すると

$$\frac{b}{a+b} = \frac{b}{kb+b} = \frac{\cancel{b}}{\cancel{b}(k+1)} = \frac{1}{k+1}$$

一旦停止

$\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ のとき $\dfrac{b}{a+b} = \dfrac{d}{c+d}$ を証明せよ

$c = kd$ を右辺に代入すると

$$\frac{d}{c+d} = \frac{d}{kd+d} = \frac{\cancel{d}}{\cancel{d}(k+1)} = \frac{1}{k+1}$$

一旦停止

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ のとき $\frac{b}{a+b}=\frac{d}{c+d}$ を証明せよ

代入して計算すると左辺も右辺も同じ式 $\dfrac{1}{k+1}$ になるので

$$\frac{b}{a+b}=\frac{d}{c+d}$$

が成り立つ。