

微分方程式 $\frac{dy}{dx} = 2y$ を解きなさい (変数分離形)

(i) $y \neq 0$ のとき、両辺を y で割ると $\frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} = 2$

両辺を x で積分すると

$$\int \frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx} dx = \int 2 dx$$

$$\int \frac{1}{y} dy = \int 2 dx$$

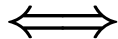
微分方程式 $\frac{dy}{dx} = 2y$ を解きなさい

$$\int \frac{1}{y} dy = \int 2 dx$$

公式 $\int \frac{1}{x} dx = \log |x| + C$

$\log |y| = 2x + C'$ となるが、これは
 $\log_e |y| = 2x + C'$ のことなので、指数の書き方
でかくと $|y| = e^{2x+C'}$ になる。

$$\log_{\star} \triangle = \bullet$$



$$\triangle = \star^{\bullet}$$

微分方程式 $\frac{dy}{dx} = 2y$ を解きなさい

$|y| = e^{2x+C'}$ の絶対値を外すと $y = \pm e^{2x+C'}$
+ の前後を入替えて $y = \pm e^{2x+C'} = \pm e^{C'+2x}$

 より

$$y = \pm e^{C'+2x} = \pm e^{C'} \cdot e^{2x}$$

$$\pm e^{C'} = C \text{ とおくと } y = Ce^{2x} \quad \dots \textcircled{1}$$

$$y = Ce^{2x} \quad \dots \textcircled{1}$$

ここで $C = \pm e^{C'}$ は、0 以外の値となる定数である。

(ii) $y = 0$ のとき $\frac{dy}{dx} = 0$ かつ $2y = 2 \cdot 0 = 0$ なの

で、 $y = 0$ は、問題文にかかれていた $\frac{dy}{dx} = 2y$ の解となっていて、これは $\textcircled{1}$ の $C = 0$ の場合だ。

$C = 0$ のときも OK だよ！ ということ

$$y = Ce^{2x} \quad \dots \textcircled{1}$$

定数 $C = \pm e^{C'}$ はすべての値をとることになる
ので

□ 答 $y = Ce^{2x} \quad (C \text{ は任意の定数})$