

# 微分方程式 $\frac{dy}{dx} = xy$ を解きなさい (変数分離形)

(i)  $y \neq 0$  のときは      両辺を  $y$  で割って

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = xy \cdot \frac{1}{y}$$

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} = x$$

$$\frac{1}{y} dy = x dx$$

$$\int \frac{1}{y} dy = \int x dx$$

# 微分方程式 $\frac{dy}{dx} = xy$ を解きなさい (変数分離形)

$$\int \frac{1}{y} dy = \int x dx$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \log_e |x| + C$$

$$\log_e |y| = \frac{1}{2}x^2 + C'$$

$$\log_{\star} \triangle = \bullet \iff \triangle = \star^{\bullet}$$

$$|y| = e^{\frac{1}{2}x^2 + C'}$$

$$y = \pm e^{\frac{1}{2}x^2 + C'}$$

前後入れ替え

$$y = \pm e^{C' + \frac{1}{2}x^2}$$

$$\star^{\bullet} + \triangle = \star^{\bullet} \cdot \star^{\triangle}$$

$$y = \pm e^{C'} \cdot e^{\frac{1}{2}x^2}$$

微分方程式  $\frac{dy}{dx} = xy$  を解きなさい (変数分離形)

$$y = \pm e^{C'} \cdot e^{\frac{1}{2}x^2}$$

$$\pm e^{C'} = C \text{ とおくと}$$

$$y = Ce^{\frac{1}{2}x^2} \dots \textcircled{1}$$

ここで  $C = \pm e^{C'}$  は、0 以外の値となる定数である。

$$y = Ce^{\frac{1}{2}x^2} \dots \textcircled{1}$$

(ii)  $y = 0$  のときは

$\frac{dy}{dx} = 0$  となるので、問題文にかかれていた  $\frac{dy}{dx} = xy$  の解となっていて、これは  $\textcircled{1}$  の  $C = 0$  の場合だ。(ついさっき  $C$  は 0 以外の値となる定数 とかいたけど、 $C = 0$  のときも OK だよ！ ということだ)

$$\boxed{\text{答}} \quad y = Ce^{\frac{1}{2}x^2} \quad (C \text{ は任意の定数})$$