

$\frac{dy}{dx} = 8xy^2$ を初期条件 $x=0$ のとき $y = \frac{1}{2}$ で解きなさい

変数分離したいので y^2 でわり算したい。しかしそのためには $y \neq 0$ が必要なので確認する。

$y=0$ とは x がどんな値であったとしても $y=0$ のことなので、 $x=0$ のときも $y=0$ となるはずだが、問題文の初期条件として $x=0$ のとき $y = \frac{1}{2}$ とかかかれているので矛盾する。よって $y \neq 0$ である。

解答では 初期条件より $y \neq 0$ なので… で十分だ。

$\frac{dy}{dx} = 8xy^2$ を初期条件 $x=0$ のとき $y = \frac{1}{2}$ で解きなさい

$$\frac{dy}{dx} = 8xy^2$$

初期条件より $y \neq 0$

$$\frac{1}{y^2} \cdot \frac{dy}{dx} = 8x$$

$$\int \frac{1}{y^2} \cdot \frac{dy}{dx} dx = \int 8x dx$$

$$\int \frac{1}{y^2} dy = \int 8x dx$$

$$\int y^{-2} dy = \int 8x dx$$

$\frac{dy}{dx} = 8xy^2$ を初期条件 $x=0$ のとき $y = \frac{1}{2}$ で解きなさい

$$\int y^{-2} dy = \int 8x dx$$

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$$

$$-y^{-1} = 4x^2 + C$$

$$-\frac{1}{y} = 4x^2 + C$$

$$\frac{1}{y} = -4x^2 + C$$

積分定数は +, - 関係なし

$$y = \frac{1}{-4x^2 + C}$$

$$y = \frac{1}{-4x^2 + C}$$

問題文にかかれていた初期条件より $x=0$ のとき $y = \frac{1}{2}$ なので、代入して

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{-4 \cdot 0^2 + C} \quad \text{より} \quad C = 2$$

よって

$$\boxed{\text{答}} \quad y = \frac{1}{-4x^2 + 2}$$