

公式 (部分積分)

$$\int_a^b f(x)g'(x) dx = \left[f(x)g(x) \right]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x) dx$$

$$\int_a^b \text{●} \text{▲}' dx = \left[\text{●} \text{▲} \right]_a^b - \int_a^b \text{●}' \text{▲} dx$$

$$\int_a^b \text{●} \text{▲}' dx = \left[\text{●} \text{▲} \right]_a^b - \int_a^b \text{●}' \text{▲} dx$$

$(x \text{ の式})e^x$

$(x \text{ の式}) \sin x$

$(x \text{ の式}) \log x$

のような場合で、微分すると計算が楽になるものを●の位置にもってくる。

$\int_1^e \log x \, dx$ を求めよ

$\int_1^e \log x \, dx$ を求めよ

$(x \text{ の式}) \log x$ の形ではないが、部分積分の問題だと知っておこう。 $x' = 1$ なので

$$\begin{aligned} \int_1^e \log x \, dx &= \int_1^e (\log x) \cdot 1 \, dx \\ &= \int_1^e (\log x) \cdot x' \, dx \text{ と変形} \end{aligned}$$

$\int_1^e \log x \, dx$ を求めよ

$$\int_a^b \text{●} \text{▲}' \, dx = \left[\text{●} \text{▲} \right]_a^b - \int_a^b \text{●}' \text{▲} \, dx \quad \text{と比較して}$$

$$\begin{aligned} \int_1^e (\log x) \cdot x' \, dx \\ = \left[(\log x) \cdot x \right]_1^e - \int_1^e (\log x)' \cdot x \, dx \end{aligned}$$

$\int_1^e \log x \, dx$ を求めよ

$$= \left[(\log x) \cdot x \right]_1^e - \int_1^e (\log x)' \cdot x \, dx$$

$$= \left[(\log x) \cdot x \right]_1^e - \int_1^e \frac{1}{x} \cdot x \, dx$$

$$= \left[(\log x) \cdot x \right]_1^e - \int_1^e dx$$

$\int_1^e \log x \, dx$ を求めよ

$$\begin{aligned} &= \left[(\log x) \cdot x \right]_1^e - \int_1^e 1 \, dx \\ &= (\log e \cdot e - \log 1 \cdot 1) - \left[x \right]_1^e \\ &= (1 \cdot e - 0 \cdot 1) - (e - 1) \\ &= (e - 0) - e + 1 \\ &= e - 0 - e + 1 \\ &= 1 \quad \boxed{\text{答}} \end{aligned}$$