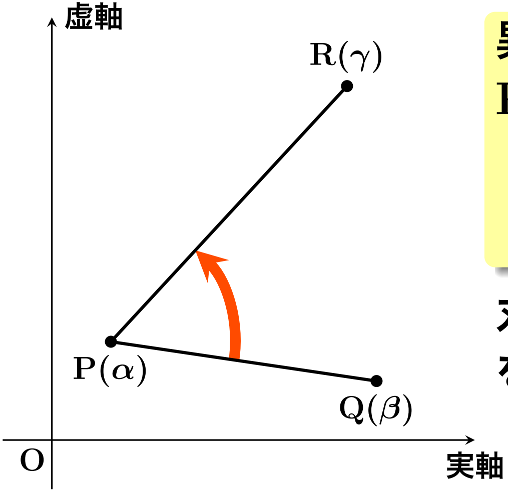
公式（複素数と角）



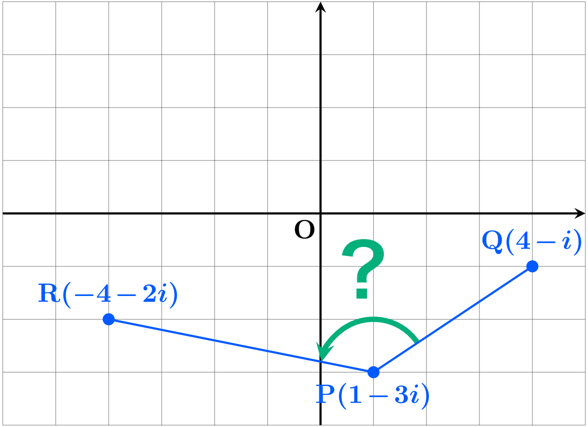
異なる 3 点

$\mathrm{P}(\alpha)$，$\mathrm{Q}(\beta)$，$\mathrm{R}(\gamma)$ に対して

$$\angle\mathrm{QPR} = \arg\left(\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}\right)$$

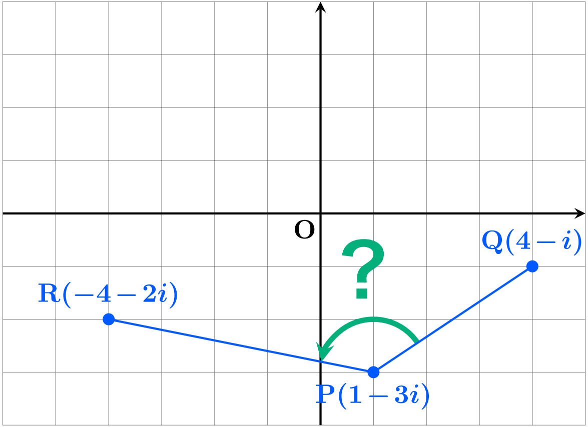
丸暗記ではなく、図形的な意味を理解した方がよいと思う。

$\mathrm{P}(1-3i)$, $\mathrm{Q}(4-i)$, $\mathrm{R}(-4-2i)$ のとき $\angle\mathrm{QPR}$？



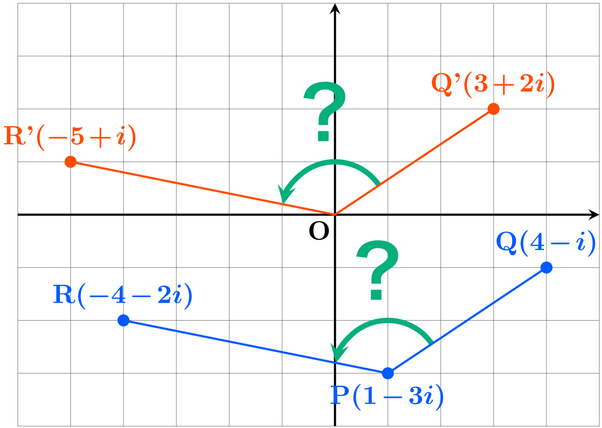
回転の中心が原点になるように平行移動する

P$(1-3i)$，Q$(4-i)$，R$(-4-2i)$ のとき ∠QPR？



P$(1-3i)$ を原点に平行移動するには $-(1-3i)$ すればよいので

$P(1-3i)$, $Q(4-i)$, $R(-4-2i)$ のとき $\angle QPR$？



$Q(4-i)$ は

$4-i-(1-3i)=3+2i$

に移る　　【公式の $\beta-\alpha$ の部分】

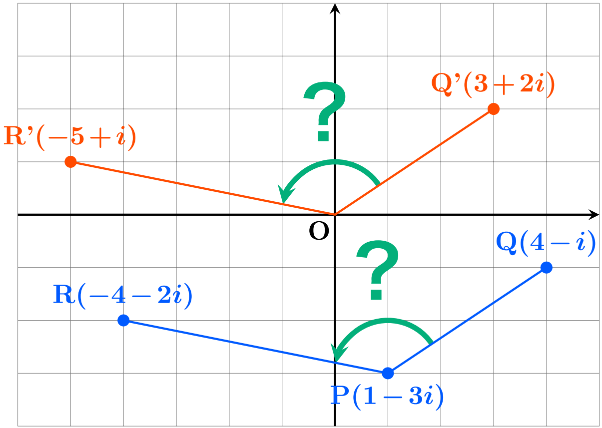
$R(-4-2i)$ は

$-4-2i-(1-3i)$

$=-5+i$

に移る　　【公式の $\gamma-\alpha$ の部分】

P$(1-3i)$，Q$(4-i)$，R$(-4-2i)$ のとき ∠QPR？



$$\angle \mathrm{QPR} = \angle \mathrm{Q'OR'}$$
$$= \arg\left(\frac{-5+i}{3+2i}\right)$$

を計算すればよい。

まず $\dfrac{-5+i}{3+2i}$ を計算しよう

$P(1-3i)$, $Q(4-i)$, $R(-4-2i)$ のとき $\angle QPR$ ？

$$\frac{-5+i}{3+2i} = \frac{(-5+i)(3-2i)}{(3+2i)(3-2i)}$$

$$= \frac{-15+10i+3i-2i^2}{3^2-(2i)^2}$$

【 $i^2=-1$ です】

$$= \frac{-13+13i}{13} = -1+i$$

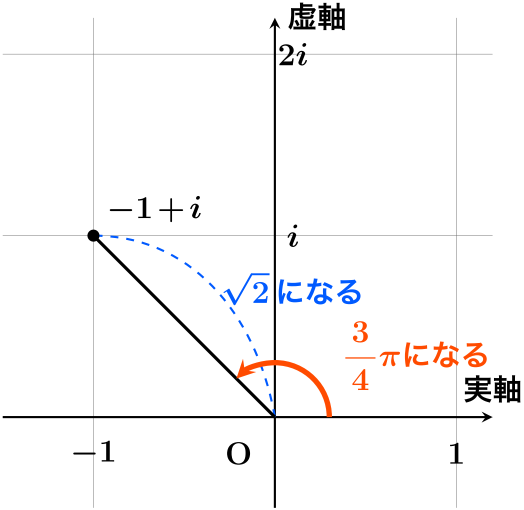
一旦停止

複素数の極形式（復習）

$$z = a + bi = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

ただし　　$r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \theta = \arg z$

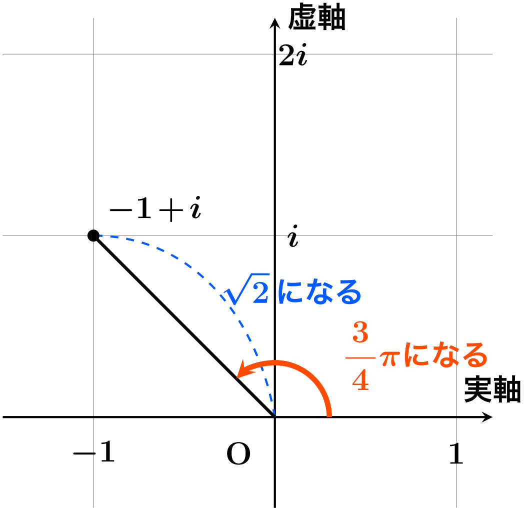
さっきの $-1+i$ を極形式に変換すると



$$-1+i=$$

$$\sqrt{2}\left(\cos\frac{3}{4}\pi+i\sin\frac{3}{4}\pi\right)$$

P$(1-3i)$, Q$(4-i)$, R$(-4-2i)$ のとき ∠QPR？



$$-1+i=$$

$$\sqrt{2}\left(\cos\frac{3}{4}\pi+i\sin\frac{3}{4}\pi\right)$$

だから $\angle\mathrm{QPR}=\angle\mathrm{Q'OR'}$

$$=\arg\left(\frac{-5+i}{3+2i}\right)=\frac{3}{4}\pi$$ $\boxed{答}$