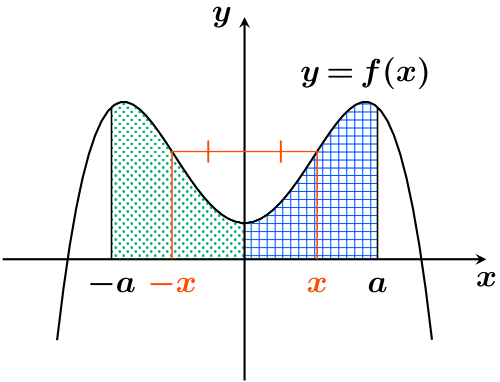
偶関数（y 軸に関して対称）



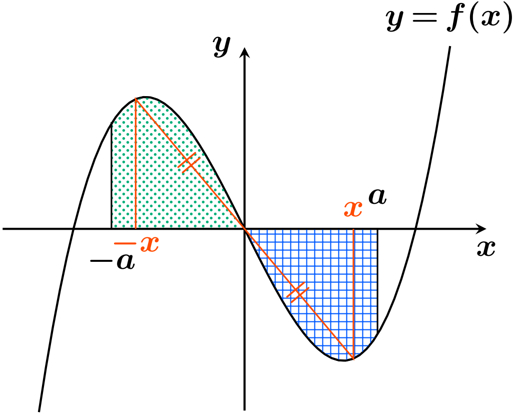
偶関数のときは

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 2\int_{0}^{a} f(x)\,dx$$

y 軸より左の面積（プラス）と
y 軸より右の面積（プラス）は
等しいので、
y 軸より右の面積（プラス）の
2 倍になる。

※ 左の面積の 2 倍でもよい

奇関数（原点に関して対称）



奇関数のときは

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx = 0$$

x 軸より上の面積（プラス）と
x 軸より下の面積（マイナス）
が等しいので、
プラス・マイナスゼロになる。

※ マイナス・プラスゼロの場合もあります。

計算例 1（偶関数・奇関数の定積分）

$$\int_{-3}^{3}(x^3+x^2+x)\,dx = \int_{-3}^{3}x^3\,dx+\int_{-3}^{3}x^2\,dx+\int_{-3}^{3}x\,dx$$

$$= \text{奇関数} + \text{偶関数} + \text{奇関数}$$

$$= 0 + 2\int_{0}^{3}x^2dx + 0$$

$$= +2\left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^3$$

$$= 2\left(\frac{1}{3}\cdot 3^3-\frac{1}{3}\cdot 0^3\right) = 18$$ 答

計算例 2（偶関数・奇関数の定積分）

$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (\cos x + \tan x)\, dx = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos x \, dx + \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \tan x \, dx$$

$= \quad$ 偶関数 $\quad + \quad$ 奇関数

$$= 2\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \cos x \, dx + 0$$

$$= 2\Big[\sin x\Big]_{0}^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= 2\left(\sin\frac{\pi}{4} - \sin 0\right) = \sqrt{2}$$

答