

# 対数微分法

式の両辺の  $\log$  をとって微分する方法です。

対数微分法の説明の前に、解説すべきことがあります。

# 対数微分法

それは  $(\log |y|)' = \frac{y'}{y}$  の解説です。

以前習った  $(\log |x|)' = \frac{1}{x}$  と比較して、不思議に感じる人も居るかもしれません。

# どの文字について微分するのが問題だ！

単に ' とかいた場合は  $x$  で微分するの意味なので  $(\log |x|)'$  と  $(\log |y|)'$  は意味が違います。

何で微分するのかをハッキリさせたいときは  $\frac{d}{dx}$   
や  $\frac{d}{dy}$  といった書き方をします。だからこうなり  
ます。

# $(\log |y|)'$ を計算するところなる

$$\begin{aligned}(\log |y|)' &= \log |y| \text{ を } x \text{ で微分} \\ &= \frac{d}{dy} \log |y| \cdot \frac{dy}{dx} \\ &= \left( \log |y| \text{ を } y \text{ で微分} \right) \cdot \left( y \text{ を } x \text{ で微分} \right) \\ &= \frac{1}{y} \cdot y' = \frac{y'}{y} \quad \text{一旦停止}\end{aligned}$$

# 公式

$$(\log |y|)' = \frac{y'}{y}$$

$$(\log |x|)' = \frac{1}{x}$$

との違いに注意してください。

## 計算例

$$(\log |2x - 5|)' = (\log |y|)' \quad y = 2x - 5 \text{ とおく}$$

$$= \frac{y'}{y} \quad \text{さっき説明した}$$

$$= \frac{2}{2x - 5} \quad \boxed{\text{答}} \quad y' = 2 \text{ だから}$$

つまり合成関数の微分をしていることになります。

# 対数微分法

それでは本題の対数微分法を説明します。log の学習で習った公式を使うので、復習しましょう。

$$\log \text{●}^{\text{★}} = \text{★} \log \text{●}$$

$$\log \frac{\text{●}}{\text{▲}} = \log \text{●} - \log \text{▲}$$

$$\log \text{●} \text{■} = \log \text{●} + \log \text{■}$$

$y = \frac{x(x-1)^2}{x-2}$  を微分せよ

$|y| = \left| \frac{x(x-1)^2}{x-2} \right| = \frac{|x| \cdot |x-1|^2}{|x-2|}$  なので、両辺の自然対数をとると

$$\log |y| = \log \frac{|x| \cdot |x-1|^2}{|x-2|}$$



$$y = \frac{x(x-1)^2}{x-2} \text{ を微分せよ}$$

$$\log \bullet^\star = \star \log \bullet$$

$$\log \frac{\bullet}{\blacktriangle} = \log \bullet - \log \blacktriangle$$

$$\log \bullet \blacksquare = \log \bullet + \log \blacksquare$$

$$\log |y| = \log \frac{|x| \cdot |x-1|^2}{|x-2|}$$

$$\log |y| = \log |x| + \log |x-1|^2 - \log |x-2|$$

$$\log |y| = \log |x| + 2 \log |x-1| - \log |x-2|$$

$$\log |y| = \log |x| + 2 \log |x-1| - \log |x-2|$$

両辺をそれぞれ  $x$  で微分して

# $y = \frac{x(x-1)^2}{x-2}$ を微分せよ

$$(\log |y|)' = (\log |x| + 2 \log |x - 1| - \log |x - 2|)'$$

$$(\log |y|)' = (\log |x|)' + (2 \log |x - 1|)' - (\log |x - 2|)'$$

$$(\log |y|)' = (\log |x|)' + 2(\log |x - 1|)' - (\log |x - 2|)'$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{1}{x} + 2 \cdot \frac{1}{x - 1} - \frac{1}{x - 2}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{1}{x} + \frac{2}{x - 1} - \frac{1}{x - 2}$$

$y = \frac{x(x-1)^2}{x-2}$  を微分せよ

$$\frac{y'}{y} = \frac{1}{x} + \frac{2}{x-1} - \frac{1}{x-2}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{(x-1)(x-2) + 2x(x-2) - x(x-1)}{x(x-1)(x-2)}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{x^2 - 3x + 2 + 2x^2 - 4x - x^2 + x}{x(x-1)(x-2)}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{2x^2 - 6x + 2}{x(x-1)(x-2)}$$

$y = \frac{x(x-1)^2}{x-2}$  を微分せよ

$$\frac{y'}{y} = \frac{2x^2 - 6x + 2}{x(x-1)(x-2)}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{2(x^2 - 3x + 1)}{x(x-1)(x-2)}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{2(x^2 - 3x + 1)}{x(x-1)(x-2)}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{2(x^2 - 3x + 1)}{x(x-1)(x-2)}$$

$$\frac{y'}{y} \times y = y \times \frac{2(x^2 - 3x + 1)}{x(x-1)(x-2)}$$

$$y' = \frac{x(x-1)^2}{x-2} \cdot \frac{2(x^2 - 3x + 1)}{x(x-1)(x-2)}$$

$y = \frac{x(x-1)^2}{x-2}$  を微分せよ

$$y' = \frac{x(x-1)^2}{x-2} \cdot \frac{2(x^2-3x+1)}{x(x-1)(x-2)}$$

$$y' = \frac{2(x-1)(x^2-3x+1)}{(x-2)^2} \quad \boxed{\text{答}}$$

ああ疲れた