

次の確率を求めなさい

問題

A, B が 1 個ずつさいころを投げる。

両方とも奇数なら A の勝ち、
それ以外は B の勝ちとする。

3 ゲーム先取で優勝のとき、次の確率を
求めなさい。

(1) 4 ゲーム目で A の優勝が決まる確率？

(1) 4ゲーム目でAの優勝が決まる確率？

$$\boxed{\begin{array}{l} 4 \text{ ゲーム} \\ \text{目で A の} \\ \text{優勝が決} \\ \text{まる} \end{array}} = \boxed{\begin{array}{l} 3 \text{ ゲーム目までで} \\ \text{A が 2 勝 1 敗} \end{array}} \text{ で } \boxed{\begin{array}{l} 4 \text{ ゲーム目} \\ \text{で A が勝つ} \end{array}}$$

というパターンしかない。

(1) 4ゲーム目でAの優勝が決まる確率？

まずAが勝つ確率を考える。「両方とも奇数ならAの勝ち」と問題文に書かれていた。

さいころの目で奇数は1, 3, 5の3通りなので

奇数・奇数となる確率（Aが勝つ確率）は

$$\frac{3}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{4} \text{ となる。}$$

(1) 4ゲーム目でAの優勝が決まる確率？

Aが勝つ確率が $\frac{1}{4}$ なので、

Aが負ける確率は $\frac{3}{4}$ となる。

※ このような不公平なゲームはすべきではないが、計算練習のため意図的にこのようにしているので悪しからず

(1) 4ゲーム目でAの優勝が決まる確率？

だから 3ゲーム目まででAが2勝1敗となる確率は、反復試行の公式を使って

$${}^3C_2 \left(\begin{array}{c} Aの \\ 勝つ \\ 確率 \end{array} \right)^2 \left(\begin{array}{c} Aの \\ 負ける \\ 確率 \end{array} \right)^1$$

(1) 4ゲーム目でAの優勝が決まる確率？

だから 3ゲーム目まででAが2勝1敗となる確率は、反復試行の公式を使って

$${}^3C_2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right)^1$$

(1) 4ゲーム目でAの優勝が決まる確率？

最初に戻って

$$\begin{aligned} & \boxed{\begin{array}{l} 4 \text{ ゲーム} \\ \text{目で A の} \\ \text{優勝が決} \\ \text{まる} \end{array}} = \boxed{\begin{array}{l} 3 \text{ ゲーム目までで} \\ \text{A が } 2 \text{ 勝 } 1 \text{ 敗} \end{array}} \times \boxed{\begin{array}{l} 4 \text{ ゲーム目} \\ \text{で A が勝つ} \end{array}} \\ & = {}^3C_2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right)^1 \times \frac{1}{4} \end{aligned}$$

(1) 4ゲーム目でAの優勝が決まる確率？

$$\begin{aligned} & {}_3C_2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right)^1 \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{\cancel{3} \times \cancel{2}}{\cancel{2} \times 1} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{9}{256} \quad \boxed{\text{答}} \end{aligned}$$

(2) A が優勝する確率？

(2) A が優勝する確率？

$$\boxed{\text{A が優勝する}} = \boxed{\text{3 ゲーム目で優勝}} + \boxed{\text{4 ゲーム目で優勝}} + \boxed{\text{5 ゲーム目で優勝}}$$

というパターンがある。(この3つは同時には起こらないので、たし算することになる)

【4 ゲーム目で優勝】はさっき計算したので $\frac{9}{256}$

(2) A が優勝する確率？

A が【3 ゲーム目で優勝】のパターンは 3 連勝すればよい。

A が勝つ確率は $\frac{1}{4}$ なので

(2) A が優勝する確率？


$$\begin{aligned} \boxed{\begin{array}{l} 3 \text{ ゲーム} \\ \text{目で優勝} \end{array}} &= \boxed{\begin{array}{l} 1 \text{ ゲーム} \\ \text{目勝つ} \end{array}} \times \boxed{\begin{array}{l} 2 \text{ ゲーム} \\ \text{目勝つ} \end{array}} \times \boxed{\begin{array}{l} 3 \text{ ゲーム} \\ \text{目勝つ} \end{array}} \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{1}{64} \end{aligned}$$

一目停止

(2) A が優勝する確率？

【5 ゲーム目で優勝】のパターンは

$$\begin{aligned} \boxed{\text{5 ゲーム目で優勝}} &= \boxed{\text{4 ゲーム目までで A が 2 勝 2 敗}} \times \boxed{\text{5 ゲーム目で A が勝つ}} \\ &= {}_4C_2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{27}{512} \end{aligned}$$



(2) A が優勝する確率？

最初に戻って

$$\begin{aligned} \boxed{\text{A が優勝する}} &= \boxed{\text{3 ゲーム目で優勝}} + \boxed{\text{4 ゲーム目で優勝}} + \boxed{\text{5 ゲーム目で優勝}} \\ &= \frac{1}{64} + \frac{9}{256} + \frac{27}{512} \\ &= \frac{53}{512} \quad \boxed{\text{答}} \end{aligned}$$