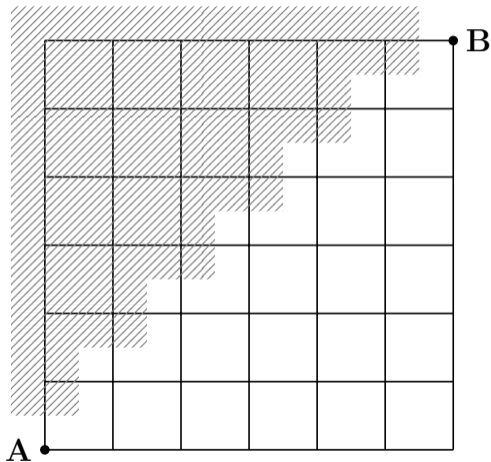


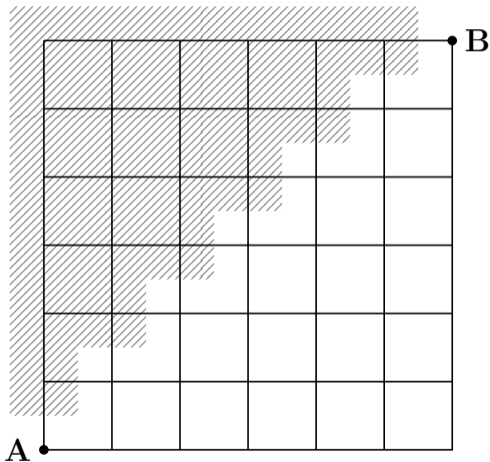
# 何通り？



点 A から点 B に行く最短経路は何通りあるか。  
ただし、斜線の部分は通れないものとする

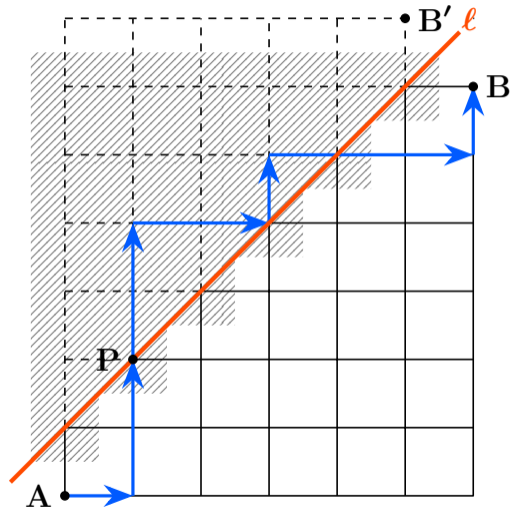


# 計算で答えを出すには



斜線部分を通る行き方は何通りあるか調べよう。

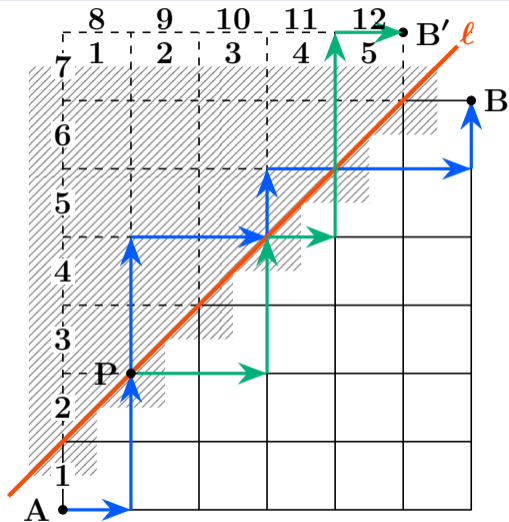
# 計算で答えを出すには



そのためには直線  $l$  上の点を少なくとも 1 つは通るので、最初に  $l$  上の点を通った後の行き方を、直線  $l$  に関して対称移動した行き方を考える。



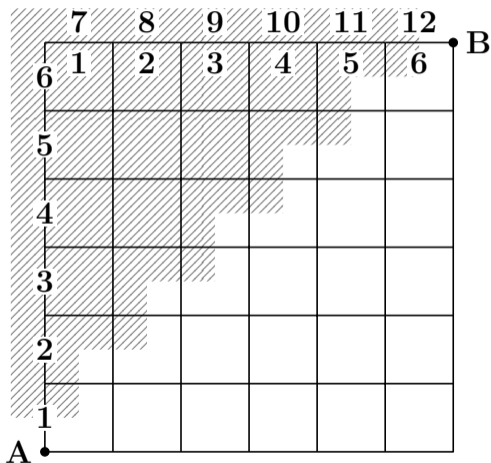
# 計算で答えを出すには



このとき  $A \rightarrow B$  の行き方と  $A \rightarrow B'$  の行き方は 1 対 1 に対応するので、斜線の部分を通る行き方は  ${}_{12}C_5$  通りとなる。

※参照 [最短経路](#) [web](#)

# 計算で答えを出すには



A  $\rightarrow$  B のすべての行き方は  ${}_{12}C_6$  通りなので、斜線部分を通らない行き方は  ${}_{12}C_6 - {}_{12}C_5$  通りになる。

$$924 - 792 = 132 \text{ 通り} \boxed{\text{答}}$$

# カタラン数

$n$  番目のカタラン数を  $C_n$  とすると、先ほどの問題の答えは  $C_6$  となります。

カタラン数は以下の式で表されます。

$$C_n = 2n C_n - 2n C_{n-1} = \frac{2n C_n}{n+1}$$



# カタラン数

他にもカタラン数は

- $((()(())))$  を正しく並べる方法は何通りあるか
- 8 チームのトーナメント表は何通り作れるか
- 多角形を三角形に分割する方法は何通りあるか

などにも関係しています。