


予備知識

理解できていますか？

<https://unilab.gbb60166.jp/prekou/pdf/mb-normdist-usestable.pdf> 

次の確率を求めよ

確率変数 X が正規分布 $N(65, 5^2)$ に従うとき

(1) $P(X < 69)$

(2) $P(X \leq 69)$

(3) $P(63 < X < 74)$

(4) $P(66 \leq X \leq 73)$

$N(65, 5^2)$ に従うとき (1) $P(X < 69)$?

$Z = \frac{X - 65}{5}$ とすると、 Z は $N(0, 1)$ に従う。

よって

$$P(X < 69) = P\left(Z < \frac{69 - 65}{5}\right)$$

$$= P\left(Z < \frac{4}{5}\right)$$

$$= P(Z < 0.8)$$

$N(65, 5^2)$ に従うとき (1) $P(X < 69)$?

$$= P(Z < 0.8)$$

$$= P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z < 0.8)$$

【正規分布表を調べる】

$$= 0.5 + 0.28814$$

$$= 0.78814 \quad \boxed{\text{答}}$$

$N(65, 5^2)$ に従うとき (2) $P(X \leq 69)$?

$Z = \frac{X - 65}{5}$ とすると、 Z は $N(0, 1)$ に従う。

よって

$$\begin{aligned} P(X \leq 69) &= P\left(Z \leq \frac{69 - 65}{5}\right) \\ &= P\left(Z \leq \frac{4}{5}\right) \\ &= P(Z \leq 0.8) \end{aligned}$$

$N(65, 5^2)$ に従うとき (2) $P(X \leq 69)$?

$$= P(Z \leq 0.8)$$

$$= P(Z \leq 0) + P(0 \leq Z \leq 0.8)$$

【正規分布表を調べる】

$$= 0.5 + 0.28814$$

$$= 0.78814 \quad \boxed{\text{答}}$$

区別する必要はありません

つまり $P(X < 69) = P(X \leq 69)$ です。

確率変数の計算では $<$ と \leq は区別する必要はありません。

違和感があるかもしれませんが、確率変数の計算はグラフに囲まれた部分の面積を求めることになるので、幅が 0 の場合は面積も 0 になります。

つまり $P(X = 69) = 0$ です。

$N(65, 5^2)$ に従うとき (3) $P(63 < X < 74)$?

$Z = \frac{X - 65}{5}$ とすると、 Z は $N(0, 1)$ に従う。

よって

$$\begin{aligned} P(63 < X < 74) &= P\left(\frac{63 - 65}{5} < Z < \frac{74 - 65}{5}\right) \\ &= P\left(\frac{-2}{5} < Z < \frac{9}{5}\right) \\ &= P(-0.4 < Z < 1.8) \end{aligned}$$

$N(65, 5^2)$ に従うとき (3) $P(63 < X < 74)$?

$$= P(-0.4 < Z < 1.8)$$

$$= P(-0.4 < Z < 0) + P(0 < Z < 0.8)$$

$$= P(0 < Z < 0.4) + P(0 < Z < 0.8)$$

$$= 0.15542 + 0.28814$$

$$= 0.44356 \quad \boxed{\text{答}}$$

$N(65, 5^2)$ に従うとき (4) $P(66 \leq X \leq 73)$?

$Z = \frac{X - 65}{5}$ とすると、 Z は $N(0, 1)$ に従う。

よって

$$\begin{aligned} P(66 \leq X \leq 73) &= P\left(\frac{66 - 65}{5} \leq Z \leq \frac{73 - 65}{5}\right) \\ &= P\left(\frac{1}{5} \leq Z \leq \frac{8}{5}\right) \\ &= P(0.2 \leq Z \leq 1.6) \end{aligned}$$

$N(65, 5^2)$ に従うとき (4) $P(66 \leq X \leq 73)$?

$$= P(0.2 \leq Z \leq 1.6)$$

$$= P(0 \leq Z \leq 1.6) - P(0 \leq Z \leq 0.2)$$

$$= 0.44520 - 0.07926$$

$$= 0.36594 \quad \boxed{\text{答}}$$