

$4n^3 - n$ は 3 の倍数...① 数学的帰納法で示せ。 n : 自然数

$4n^3 - n$ は 3 の倍数…① 数学的帰納法で示せ。 n : 自然数

1 $n = 1$ のとき

ココは書かなくてよい

$$4n^3 - n = 4 \times 1^3 - 1 = 4 - 1 = 3$$

よって $n = 1$ のとき①は成り立つ。

$4n^3 - n$ は 3 の倍数…① 数学的帰納法で示せ。 n : 自然数

② $n = k$ のとき①が成り立つと仮定する。

つまり、ある整数 m を用いて $4k^3 - k = 3m$
と表されると仮定する。

問題に書いてある $4n^3 - n$ で $n \rightarrow k$ と
置き換える。

$4n^3 - n$ は 3 の倍数...① 数学的帰納法で示せ。 n : 自然数

$n = k + 1$ のとき

ココは書かない

$$\begin{aligned} \boxed{4n^3 - n} &= 4(k+1)^3 - (k+1) \\ &= 4(k^3 + 3k^2 + 3k + 1) - k - 1 \\ &= 4k^3 + 12k^2 + 12k + 4 - k - 1 \\ &= 4k^3 + 12k^2 + 12k + 3 - k \end{aligned}$$

仮定【 $4k^3 - k = 3m$ 】を使いたいので細工する

$$= 4k^3 - k + 12k^2 + 12k + 3$$

$4n^3 - n$ は 3 の倍数…① 数学的帰納法で示せ。 n : 自然数

$$\begin{aligned}4(k+1)^3 - (k+1) &= 4k^3 - k + 12k^2 + 12k + 3 \\ &= 4k^3 - k + 3(4k^2 + 4k + 1) \\ \text{仮定【} 4k^3 - k = 3m \text{】を使う} &= 3m + 3(4k^2 + 4k + 1) \\ &= 3(m + 4k^2 + 4k + 1) \quad \text{一旦停止}\end{aligned}$$

$m + 4k^2 + 4k + 1$ は整数だから、それに $\times 3$ をしたものは 3 の倍数である。 $4(k+1)^3 - (k+1) = 3(m + 4k^2 + 4k + 1)$ なので $4(k+1)^3 - (k+1)$ も 3 の倍数になる。
よって $n = k + 1$ のときも①は成り立つ。

$4n^3 - n$ は 3 の倍数…① 数学的帰納法で示せ。 n : 自然数

①, **②** より、すべての自然数 n について①は成り立つ。 【証明終わり】

仮定【 $4k^3 - k = 3m$ 】 を使うためには

$$\begin{aligned} & 4k^3 + 12k^2 + 12k + 3 - k \\ = & 4k^3 + 12k^2 + 11k + 3 \end{aligned}$$

と計算してはダメ！ ※ $4k^3 - k$ が使えないので