

計算例

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{n-1} (3k+2)(k-1) \\ = & \sum_{k=1}^{n-1} (3k^2 - k - 2) \\ = & 3 \sum_{k=1}^{n-1} k^2 - \sum_{k=1}^{n-1} k - \sum_{k=1}^{n-1} 2 \end{aligned}$$



準備します

公式 $\sum_{k=1}^n c = cn$ (c は定数)

$n \rightarrow n-1$ と置き換える

$$\sum_{k=1}^{n-1} 2 = 2(n-1) \quad \text{一目停止}$$

準備します2

$$\text{公式} \quad \sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2}n(n+1)$$

$n \rightarrow n-1$ と置き換える

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{n-1} k &= \frac{1}{2}(n-1)((n-1)+1) \\ &= \frac{1}{2}(n-1)n \\ &= \frac{1}{2}n(n-1) \quad \text{一旦停止} \end{aligned}$$

準備します3

公式 $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

$n \rightarrow n-1$ と置き換える

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n-1} k^2 &= \frac{1}{6}(n-1)((n-1)+1)(2(n-1)+1) \\ &= \frac{1}{6}(n-1)n(2n-1) \\ &= \frac{1}{6}n(n-1)(2n-1) \quad \text{一旦停止}\end{aligned}$$

元に戻って、これらを代入

$$= 3 \sum_{k=1}^{n-1} k^2 - \sum_{k=1}^{n-1} k - \sum_{k=1}^{n-1} 2$$

$$= 3 \cdot \frac{1}{6} n(n-1)(2n-1) - \frac{1}{2} n(n-1) - 2(n-1)$$

$$= \frac{1}{2} n(n-1)(2n-1) - \frac{1}{2} n(n-1) - 2(n-1)$$

$$= \frac{1}{2} (n-1) \left(n(2n-1) - n - 4 \right)$$

計算する

$$= \frac{1}{2}(n-1)(n(2n-1) - n - 4)$$

$$= \frac{1}{2}(n-1)(2n^2 - n - n - 4)$$

$$= \frac{1}{2}(n-1)(2n^2 - 2n - 4)$$

$$= \frac{1}{2}(n-1) \cdot 2(n^2 - n - 2)$$

計算する

$$= \frac{1}{2}(n-1) \cdot 2(n^2 - n - 2)$$

$$= (n-1)(n^2 - n - 2)$$

$$= (n-1)(n+1)(n-2) \quad \boxed{\text{答}}$$