

初項 2, 公比 3 の等比数列の初項から第 5 項までの和

$$S = 2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^4$$

$$-) \quad 3S = \quad 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^5$$

$$(1 - 3)S = 2 \qquad \qquad \qquad - 2 \cdot 3^5$$

$$(1 - 3)S = 2(1 - 3^5)$$

$$S = \frac{2(1 - 3^5)}{(1 - 3)} = 242 \quad \boxed{\text{答}} \quad = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

初項 2, 公比 1 の等比数列の初項から第 5 項までの和

$$S = \underbrace{2 + 2 + 2 + 2 + 2}_{5 \text{ 個}} = 5 \cdot 2 = 10 \quad \boxed{\text{答}} = na$$

公式（等比数列の和）

初項 a , 公比 r の等比数列の初項から第 n 項までの和 S_n は

$$r \neq 1 \text{ のとき } S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \text{ でも良い}$$

$$r = 1 \text{ のとき } S_n = na$$

公式（等比数列の和）の使い分け

マイナスが出るのを避けたいため、普通は

$$r > 1 \text{ のとき } S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \text{ を使って}$$

$$r < 1 \text{ のとき } S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \text{ を使います}$$

※どっちの式を使っても答えは同じだけど…

ほら、同じでしょ

$$\begin{aligned}\frac{a(r^n - 1)}{r - 1} &= \frac{a(r^n - 1) \times (-1)}{(r - 1) \times (-1)} \\ &= \frac{a(-r^n + 1)}{-r + 1} \\ &= \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}\end{aligned}$$

【前後を入れ替えて】

初項 3, 公比 2 の等比数列の初項から 9 項までの和

$$\begin{aligned} S_9 &= \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \\ &= \frac{3(2^9 - 1)}{2 - 1} \\ &= 3(512 - 1) \\ &= 1533 \quad \boxed{\text{答}} \end{aligned}$$

初項 5, 公比 $\frac{1}{2}$ の等比数列の初項から n 項までの和

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{5 \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right\}}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{5 \left(1 - \frac{1}{2^n} \right)}{\frac{1}{2}} = \frac{2 \times 5 \left(1 - \frac{1}{2^n} \right)}{2 \times \frac{1}{2}}$$

$$= 10 \left(1 - \frac{1}{2^n} \right) \quad \boxed{\text{答}} \quad \text{同等の式なら OK です}$$