

連立方程式（行列を使って解く）

問題

$$\begin{cases} 2x - y = -5 \\ x + 3y = 1 \end{cases}$$

を解きなさい

連立方程式（行列を使って解く）

問題 $\begin{cases} 2x - y = -5 \\ x + 3y = 1 \end{cases}$ を解きなさい

行列を使うと

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

と表せる。

連立方程式（行列を使って解く）

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ を求めるには、左から逆行列をかけ算して

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

連立方程式 (行列を使って解く)

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

逆行列の公式 (ただし $ad - bc \neq 0$)

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{2 \cdot 3 - (-1) \cdot 1} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

連立方程式（行列を使って解く）

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 3 - (-1) \cdot 1} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

連立方程式（行列を使って解く）

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 3 \times (-5) + 1 \times 1 \\ (-1) \times (-5) + 2 \times 1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{7} \begin{pmatrix} -14 \\ 7 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{1}{7} \times (-14) \\ \frac{1}{7} \times 7 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

連立方程式（行列を使って解く）

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{1}{7} \times (-14) \\ \frac{1}{7} \times 7 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

答 $x = -2, \quad y = 1$